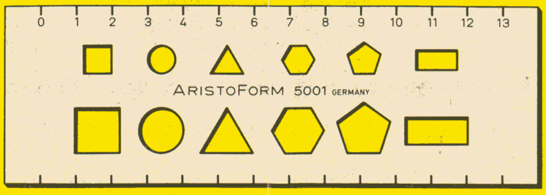
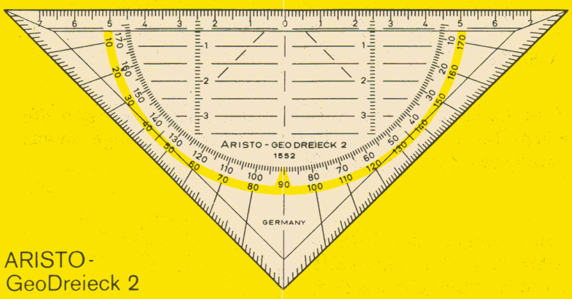
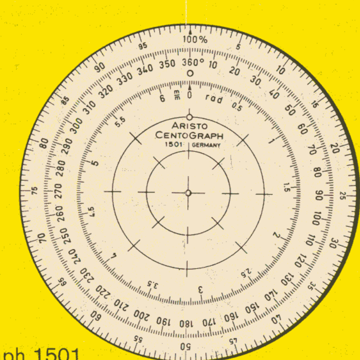
ARISTO



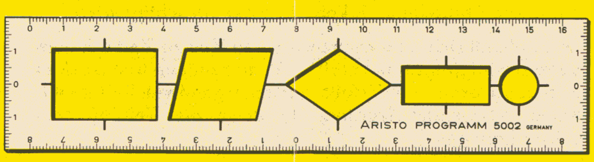
ARISTOFORM 5001



ARISTO-
GeoDreieck 2



ARISTO-
CentoGraph 1501



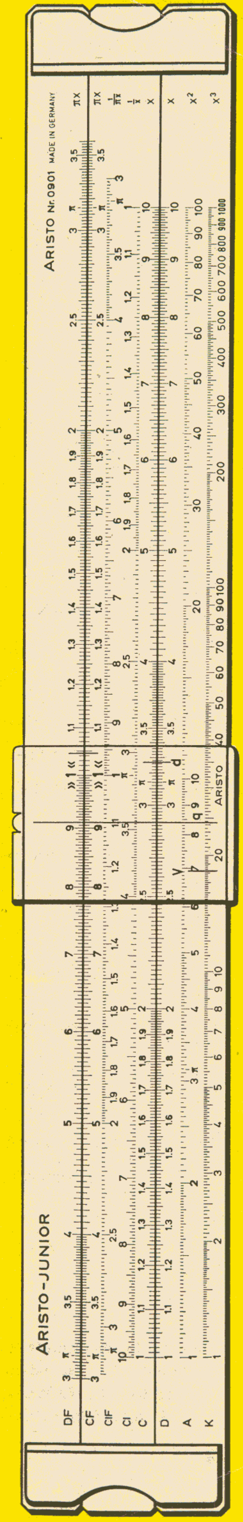
ARISTO PROGRAMM 5002

ANLEITUNG ZUM RECHENSTAB

ARISTO

JUNIOR

0901



RAA/OLS/RL • Printed in Germany by Borek KG • 7982

INHALT

Der Rechenstab ARISTO-Junior

Diese Gebrauchsanleitung gibt eine ausführliche Einführung in das Rechnen mit dem Rechenstab ARISTO-Junior.

Dabei wird keinerlei Kenntnis des Rechnens mit Logarithmen vorausgesetzt. Viele Rechenbeispiele mit Erklärungen und zahlreichen Abbildungen sollen das Verständnis für das Arbeiten mit dem Rechenstab vertiefen.

Als ausführlichen Lehrgang zum Erlernen des Stabrechnens mit dem ARISTO-Junior 0901 empfehlen wir das Schwerpunktprogramm:

G. Böhme   Der Rechenstab in der Mathematik
Ernst Klett Verlag, Stuttgart, Best.-Nr. 76661.

Die maßgebenden Schulbücher für Hauptschulen gehen mehr oder weniger auf die Skalenanordnung des Rechenstabes ARISTO-Junior ein.

1. Die Skalen

DF	versetzte Skala	πx	auf dem Körper
CF	versetzte Skala	πx	auf der Zunge
CIF	Kehrwertskala zu CF	$1/\pi x$	
CI	Kehrwertskala zu C	$1/x$	
C	Grundskala	x	
D	Grundskala	x	auf dem Körper
A	Quadratskala	x^2	
K	Kubikskala	x^3	

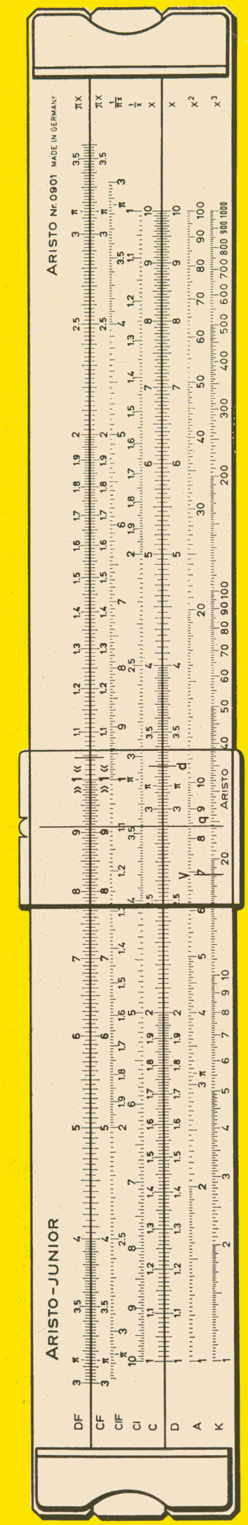


Abb. 1   Der ARISTO-Junior 0901

2. Das Rechenprinzip

Gerechnet wird derart, daß die Zahlen als Strecken addiert oder subtrahiert werden. Auf einfachste Weise kann die Rechenmethode an Hand zweier gegeneinander verschiebbarer Millimetermaßstäbe erklärt werden.

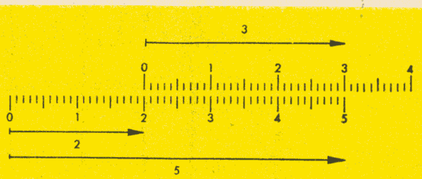


Abb. 2 Addition mit Maßstäben

Abb. 2 zeigt die Addition von 2 cm + 3 cm = 5 cm. Wenn der Anfang des oberen Maßstabes über den Wert 2 des unteren Maßstabes gelegt wird, kann zu dieser eingestellten Strecke 2 mit Hilfe der oberen Skala die Strecke 3 addiert werden. Unter der 3 des oberen Maßstabes steht das Ergebnis 5 im unteren Maßstab. In der Abb. 2 könnte ebenfalls abgelesen werden 2 + 1 = 3 oder 2 + 2 = 4, auch 20 + 15 = 35, wenn die Millimeter abgezählt werden.

Die Subtraktion 5 — 3 = 2 läßt sich aus der Abb. 2 gleichfalls ablesen, der Vorgang wird dann nur umgekehrt. Von der Strecke 5 der unteren Skala wird die Strecke 3 der oberen Skala abgezogen, dazu werden die Werte 5 und 3 übereinandergestellt, und unter dem Anfang der oberen Skala steht das Ergebnis 2 in der unteren Skala.

Beim Rechenstab befinden sich die Teilungen auf einem festen Körper und auf einer darin verschiebbaren Zunge.

Die Eigenart des Rechenstabes besteht darin, daß eine Multiplikation durch eine Addition von Strecken, die Division durch eine Subtraktion der Strecken ausgeführt wird. Dazu ist aber eine besondere Einteilung der Skalen nötig.

Beim Einstellen und Ablesen der Zahlenwerte spielt nur die Ziffernfolge eine Rolle. Die Größenanordnung wird später auf Grund einer Überschlagsrechnung mit gerundeten Zahlen festgestellt.

3. Lesen der Skalen

Die wichtigste Vorübung für ein Rechnen mit dem Rechenstab ist das Skalenlesen. Zwar ist der Umgang mit Skalen jedem in gewisser Weise aus Schule und Praxis geläufig, aber bei den Skalen des Rechenstabes tritt doch ein wesentlicher Unterschied auf.

Im Gegensatz zu dem uns geläufigen Millimeter-Maßstab sind die Teilungsabstände hier nicht gleich, sondern sie werden nach einer Seite immer kleiner. Beim Millimeter-Maßstab haben die Teilstriche alle den gleichen Abstand von einem Millimeter, jeder fünfte ist durch seine Länge

hervorgehoben und jeder zehnte ist beziffert, um so das Teilungsbild übersichtlich zu gestalten. Die Bezifferung zählt also die Zentimeter.

Abb. 3 Millimeter-Maßstab

Abb. 4 Rechenstabskala

Beim Betrachten der Grundskala D des Rechenstabes fällt sofort auf, daß die einzelnen Abstände zwischen den Ziffern von 1 bis 10 verschieden groß sind.

Die Abstände zwischen den bezifferten Teilstrichen sind durch lange Striche in zehn Abschnitte geteilt, die nochmals durch kurze Striche unterteilt sind, bis schließlich nur noch Zwischenräume von etwa einem Millimeter übrig bleiben.

Die erste Stelle einer Zahl wird durch die großen Ziffern der Skala leicht gefunden, das Aufsuchen der nächsten Stellen ist in den drei vorkommenden Teilungsbildern unterschiedlich.

Zwischen den Ziffern 1 und 2 ist genügend Raum für eine Bezifferung der langen Teilstriche und für eine Zehnerunterteilung zwischen diesen bezifferten Teilstrichen, so daß ein Bild entsteht, das der obigen Millimeterskala vergleichbar ist.

Abb. 5 Ablesung im Bereich von 1 bis 2

Die kleinere Bezifferung gibt die ersten beiden Stellen einer Zahl an, z. B. 13. An den kurzen Teilstrichen wird die dritte Stelle abgezählt. Mit 130 bei der Zahl 1,3 beginnend werden die folgenden Teilstriche nach rechts fortschreitend als 131, 132, 133 usw. gelesen.

Der Läuferstrich ist im Vergleich zum Abstand der Striche so dünn, daß man die Mitte zwischen zwei Teilstrichen sicher einstellen kann. Das Auge kann aber auch kleine Bruchteile eines Zwischenraumes unterscheiden, so daß man bei einiger Übung auch den zehnten Teil des Zwischenraumes schätzen kann, wie z. B. die Zehntelmillimeter in einer Millimeterskala.

Beim Verschieben des Läufers zwischen den Teilstrichen 138 und 139 lassen sich beispielsweise die Werte 1380, 1381, 1382, 1383 usw. schätzen.

Da die Zwischenräume von links nach rechts immer kleiner werden, kann rechts von der 2 nur noch jeder zweite Teilstrich eingeritzt werden.

Im Bereich von 2 bis 4 wird nur die erste Stelle einer Zahl durch die Bezifferung angegeben, die zweite Stelle wird an den längeren Teilstrichen abgezählt, wie die ein-

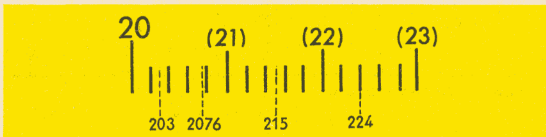


Abb. 6 Ablesung im Bereich von 2 bis 4

geklammerten Zahlen in Abb. 6 zeigen. Die dazwischen liegenden kurzen Teilstriche führen jeweils um zwei Einheiten in der dritten Stelle weiter, z. B. 220, 222, 224, 226, 228 und 230. Diese dritte Stelle ist immer eine gerade Zahl, die ungeraden Werte liegen in der Mitte zwischen den Teilstrichen und werden durch Schätzung gefunden, z. B. 215.

Im Bereich der von 4 bis 10 bezifferten Teilstriche wird die zweite Stelle wieder an den langen Teilstrichen abgezählt. Die kurzen Teilstriche geben jeweils die 5 der dritten Stelle, so daß die Ablesefolge in diesem Bereich 500, 505, 510, 515 usw. lautet. Alle anderen Werte der dritten Stelle werden zwischen den Teilstrichen geschätzt.

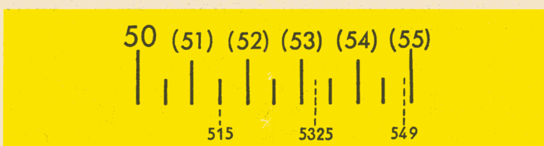


Abb. 7 Ablesung im Bereich von 4 bis 10

Die Ablesungen zwischen 1 und 1,1 sowie unmittelbar hinter jedem bezifferten Teilstrich sind besonders zu üben, es darf keine Null vergessen werden.

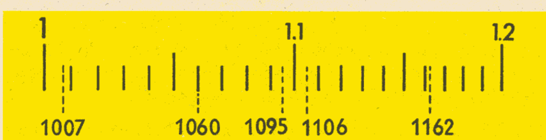


Abb. 8 Beachten der Nullen

In allen Skalen des Rechenstabes kommen nur diese drei Teilungsbilder vor, so daß man jede Skala lesen kann, wenn das Ablesen und Einstellen in der Skala D genügend

geübt worden ist. Es wird empfohlen, zuerst mit dem Läuferstrich und dann auch mit dem Skalenanfang 1 oder mit dem Skalenende 10 der Skala C eine ausreichende Anzahl von Werten in Skala D einzustellen oder abzulesen.

Es hat sich als praktisch erwiesen, anschließend an diese Übungen auch in den Skalen CF und DF Ableseübungen vorzunehmen. Hier kommen die gleichen Teilungen nur in anderer Reihenfolge vor.

Besonders zu beachten ist noch, daß die Ablesungen beim Rechenstab nichts über den Stellenwert einer Ziffernfolge aussagen, d. h. man liest bei 132 Eins—Drei—Zwei und nicht Einhundertzweiunddreißig; denn dieser Teilstrich kann 1,32 oder 0,132 als auch jede andere mit einer Zehnerpotenz multiplizierte oder durch eine solche dividierte Zahl darstellen. Diese Sprechweise schützt außerdem vor Fehlern, weil eine Vertauschung oder ein Auslassen von Ziffern vermieden wird.

4. Multiplikation

Zwei Strecken der Rechenstabskalen werden addiert.

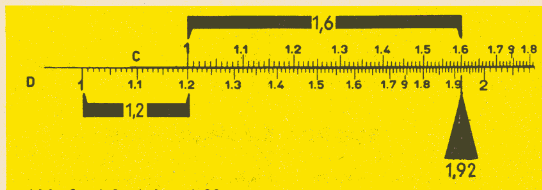


Abb. 9 1,2 · 1,6 = 1,92

Zunächst wird nur mit den Skalen C und D gerechnet. Die Strecke von 1 bis 1,2 auf Skala D und die Strecke von 1 bis 1,6 der Skala C werden durch Aneinanderreihung graphisch addiert, indem die 1 der Skala C über die 1,2 der Skala D gestellt und der Läuferstrich über den Wert 1,6 in Skala C gebracht wird, wo in Skala D das Ergebnis 1,92 abgelesen wird. Die schwarzen Balken der Abb. 9 verdeutlichen die beiden Strecken und die Keilspitze zeigt das Ergebnis an. Die Kommastellung ergibt sich aus einer Überschlagsrechnung, etwa 1 · 2 = 2.

Übungsbeispiele:
18 · 13 = 234
2,1 · 2,5 = 5,25
27,4 · 3,34 = 91,5
12 · 8 = 96

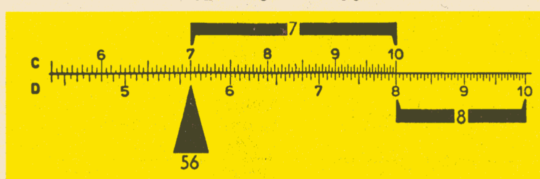


Abb. 10 8 · 7 = 56

Wenn bei dem folgenden Beispiel 8 · 7 = 56 der in Abb. 9 angegebene Weg nicht zum Ziele führt, weil die Zunge so weit aus dem Rechenstab herausgezogen werden muß, daß die Skala D für die Ablesung des Ergebnisses nicht ausreicht, dann wird der Wert 8 mit dem rechten Ende 10 der Skala C eingestellt.

Jetzt ragt der Anfang der Skala C aus dem Rechenstab heraus, er würde jedoch in einer nach links angetragenen zweiten Grundskala gleichfalls den Wert 8 anzeigen. Deshalb ändert sich am Prinzip der Rechnung nichts, weil zu diesem nur vorgestellten Wert die Strecke 7 mit Hilfe der Skala C addiert wird und in Skala D das Ergebnis 56 abgelesen werden kann.

Diese Methode der Vertauschung von Zungenanfang und -ende heißt „Durchschieben" der Zunge. Dieses Verfahren führt immer zum Ziel, wenn man beim Rechnen über die D-Skala hinauskommt.

Eine weitere Begründung für diese Einstellung wird später, am Ende des nächsten Kapitels, gegeben.

Übungsbeispiele: $9{,}2 \cdot 6{,}85 = 63{,}0$
$6{,}4 \cdot 37{,}2 = 238$
$31{,}6 \cdot 5{,}35 = 169{,}0$

5. Division

Bei der Division werden zwei Strecken subtrahiert (Umkehrung der Multiplikation).

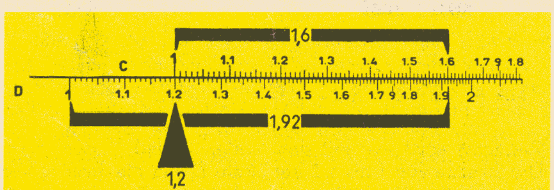


Abb. 11 $\frac{1{,}92}{1{,}6} = 1{,}2$

Die Zahlenstrecke 1,6 wird von der Zahlenstrecke 1,92 abgezogen (Abb. 11): dazu müssen 1,6 in C und 1,92 in D mit Hilfe des Läufers übereinandergestellt und das Ergebnis 1,2 unter der Zungeneins auf D abgelesen werden.

Sollte bei einer Division das linke Ende der Zunge über die Skala D hinauskommen, so führt man eine Multiplikation mit 10 aus, die an der Ziffernfolge nichts ändert, d. h. man liest einfach unter dem rechten Zungenende auf D ab (Abb. 12).

Beispiel: $18 : 2{,}4 = 7{,}5$

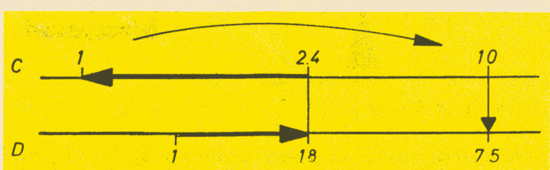


Abb. 12 $18 : 2{,}4 = 7{,}5$

Jetzt wird auch die Einstellung für unsere Multiplikation $8 \cdot 7 = 56$ in Kapitel 4 leichter verständlich. Die Einstellung des Zungenendes 10 über den Wert 8 in D kann als Division 8:10 gedeutet werden, die ziffernmäßig wieder 8 ergibt, so daß von der 1 in Skala C ausgehend die Zahlenstrecke 7 addiert und in Skala D das Ergebnis 56 abgelesen werden kann.

6. Multiplikation mit den Skalen CF und DF

Die Skalen CF und DF haben im Grunde die gleichen Eigenschaften wie die Skalen C und D mit dem einen Unterschied, daß sie seitlich gegen die Grundskalen verschoben sind. Die 1 rückt dabei ungefähr in die Mitte des Stabes und ist zugleich Anfang und Ende der Skala. Rechts von der 1 wiederholt sich der Anfang der Grundskalen und der Teil links der 1 entspricht dem Ende der Grundskalen. Aus zwei aufeinanderfolgenden gleichen Grundskalen ist sozusagen der mittlere Teil herausgeschnitten und über den Grundskalen angeordnet worden. Damit hat die 1 sowohl die Bedeutung der 1 wie die der 10 auf den Grundskalen C und D.

Das Beispiel $1{,}2 \cdot 1{,}6$ der Abb. 9 kann jetzt auch mit den Skalen CF und DF gerechnet werden, indem die 1 der Skala CF unter die 1,2 der Skala DF gestellt und das Ergebnis 1,92 über 1,6 der Skala CF auf DF abgelesen wird. Als erstes wird deutlich, daß damit auch der Anfang von Skala C über 1,2 in D steht, d. h. wir haben dieselbe Zungenstellung wie in Abb. 9. Es braucht aber nicht überlegt zu werden, mit welcher 1 die Rechnung begonnen werden soll.

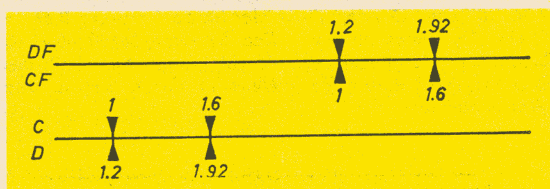


Abb. 13 Gleiche Ablesungen in den Skalen C/D und CF/DF

Zweitens kann die Multiplikation $1{,}2 \cdot 1{,}6 = 1{,}92$ bei der gleichen Zungenstellung sowohl mit den Skalen C und D als auch mit CF und DF berechnet werden. Dabei ist nur zu beachten, daß die Zungenskala C über der Skala D, die Zungenskala CF dagegen unter DF steht. Um Einstellfehler zu vermeiden, sind die Skalen C und CF gelb gefärbt.

Verfolgen wir in dieser Zungenstellung die Skalen C/D einerseits und die Skalen CF/DF andererseits, so stellen wir fest, daß sich in beiden Skalenpaaren weitgehend die gleichen Wertepaare gegenüberstehen. Wenn die Ablesemöglichkeit in einem Skalenpaar endet, können wir im anderen Skalenpaar weiterrechnen. Das ist immer möglich, solange die Zunge nicht über die Hälfte aus dem Rechenstab hinausgezogen wird. Da bei den versetzten Skalen die 1 nur einmal in der Mitte vorkommt, wird beim Beginn der Rechnung mit den Skalen CF und DF immer von selbst die richtige Einstellung vorgenommen.

Das lästige Durchschieben kann nun unterbleiben.

Eine Wiederholung des Beispiels 8 · 7 mit den Skalen CF und DF soll diesen Vorgang erläutern.

Man stellt 1 auf Skala CF unter 8 auf Skala DF und liest über der 7 von CF das Ergebnis 56 auf DF ab.

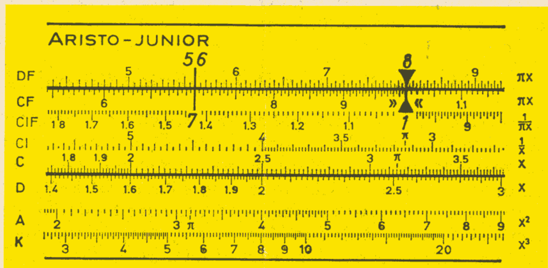


Abb. 14 8 · 7 = 56

6.1 Vorteile beim Tabellenrechnen

Das gemeinsame Rechnen mit den Grundskalen C/D und mit den versetzten Skalen CF/DF bringt besondere Vorteile beim Tabellenrechnen, wenn ein und derselbe Wert mit verschiedenen Faktoren multipliziert werden soll.

Beispiel: Der Meterpreis eines Stoffes ist mit 2,86 DM gegeben, es soll eine Preistabelle für verschiedene Längen aufgestellt werden.

Es bleibt sich gleich, ob die 1 der Skala C über den Wert 2,86 in Skala D oder die 1 der Skala CF unter 2,86 in Skala DF eingestellt wird. Die Stellung der Zunge ist beide Male die gleiche. Abb. 15 zeigt einen Ausschnitt des Rechenstabes; einige Beispiele sind durch Striche und Werte markiert.

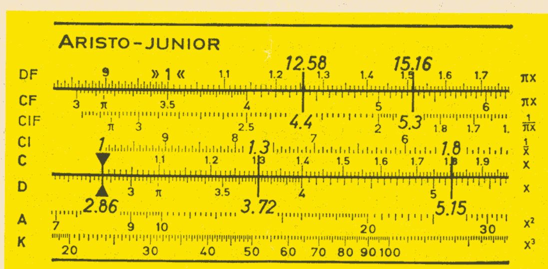


Abb. 15 2,86 · 1,3 = 3,72 2,86 · 4,4 = 12,58
2,86 · 1,8 = 5,15 2,86 · 5,3 = 15,16

Die Faktoren 1,3 und 1,8 können in Skala C mit dem Läufer eingestellt werden, darunter stehen in Skala D die Preise 3,72 und 5,15. Für Längen über 3,5 m können in Skala D keine Preise abgelesen werden, deshalb suchen wir den Wert 4,4 in Skala CF auf und lesen den Preis in

Skala DF ab. Das gleiche gilt für den Faktor 5,3. Es ist zu beachten, daß die Längen in diesem Falle grundsätzlich auf der Zunge eingestellt werden sollen. Die gelben Streifen auf der Zunge sind als Hilfe gedacht für die richtige Einstellung der Faktoren, weil alle weiteren Faktoren auf der Zungenskala eingestellt werden.

6.2 Vorteile bei der Kreisberechnung

Sehr vereinfacht werden alle Berechnungen mit dem Faktor π, denn die Skalen CF und DF sind so versetzt, daß in der Grundstellung jedem Wert a der Skalen C und D auf den Skalen CF und DF das Produkt $\pi \cdot a$ gegenübersteht.

Wird z. B. der Durchmesser eines Kreises d = 65 mm auf D eingestellt, so steht unter dem Läuferstrich der Kreisumfang $U = d\,\pi = 204$ mm auf Skala DF. Aus dem Kreisumfang erhält man in umgekehrter Ableserichtung den Durchmesser.

6.3 Vorteile bei der Zeitberechnung

Auf dem Läufer befindet sich oben rechts vom Läuferstrich noch eine kleine Marke. Bei einer Einstellung a auf den Skalen C oder D zeigt diese Marke auf den entsprechenden Skalen CF oder DF den 3,6fachen Wert von a an. In der umgekehrten Ableserichtung wird durch 3,6 geteilt. Damit ist eine bequeme Umrechnung gegeben für:

1 Jahr	≙ 360 Tage	1 Stunde	≙ 3600 Sekunden
1°	≙ 3600″	1 m/s	≙ 3,6 km/h
100 %	≙ 360° (für Kreisdiagramme in der Statistik)		

Übungsbeispiele:

2,5 Jahre	≙ 900 Tage	8 m/s	≙ 28,8 km/h
0,7 Jahre	≙ 252 Tage	216 km/h	≙ 60 m/s
144 Tage	≙ 0,4 Jahre		
0,17 Std	≙ 612 s		

6.4 Division mit den Skalen CF und DF

Abb. 16 zeigt die Lösung der Division 18,7 : 13,9 mit den Skalen CF und DF. 18,7 in DF und 13,9 in CF werden übereinandergestellt und das Ergebnis 1,345 steht gegenüber der 1 von Skala CF in Skala DF.

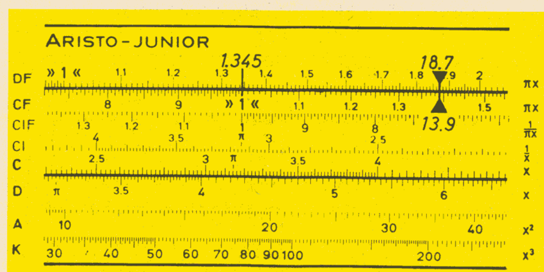


Abb. 16 $\frac{18{,}7}{13{,}9} = 1{,}345$

Die Division mit den Skalen CF und DF bringt den Vorteil, daß der Zähler wie bei der Bruchschreibweise oben in Skala DF und der Nenner darunter in CF eingestellt wird. Das Ergebnis steht sowohl in Skala DF als auch in D gegenüber der entsprechenden 1 in CF bzw. C.

Übungsbeispiele:

894 : 31 = 28,84 Überschlag: 900 : 30 = 30

42 : 53 = 0,7925 Überschlag: 40 : 50 = 0,8

7. Vereinigte Multiplikation und Division

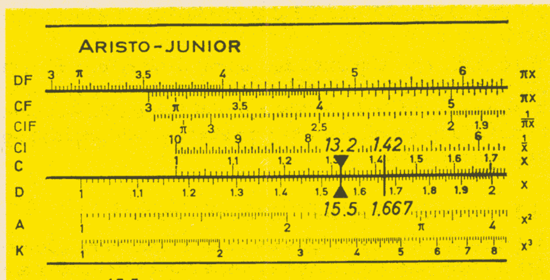


Abb. 17 $\frac{15{,}5}{13{,}2} \cdot 1{,}42 = 1{,}667$

Grundsatz: Zuerst dividieren, dann multiplizieren ohne Ablesen des Zwischenergebnisses. Nach der Division steht die Zunge immer in der Ausgangsstellung für eine anschließende Multiplikation.

Abb. 17 zeigt ein Beispiel für das Rechnen mit den Skalen C und D. Nach den Regeln für die Division werden die Werte 15,5 in D und 13,2 in C einander gegenübergestellt. Unter der Zungeneins steht in Skala D das Zwischenergebnis 1,174. Dieser Wert soll mit dem Faktor 1,42 multipliziert werden. Da die Zunge bereits in ihrer Multiplikationsstellung steht, braucht der Läufer nur noch zum Faktor 1,42 in Skala C gebracht zu werden. Darunter steht dann das Ergebnis 1,667 in Skala D.

Einen entsprechenden Rechengang mit den versetzten Skalen zeigt Abb. 18. Die Pfeile geben die Einstellung der Division 6,5 : 8,75 mit den Skalen DF und CF. Der Läufer ist anschließend zum Wert 5,45 in Skala CF gebracht, wo das Ergebnis 4,05 in Skala DF abgelesen wird.

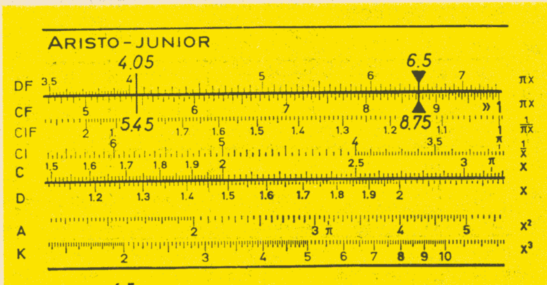


Abb. 18 $\frac{6{,}5}{8{,}75} \cdot 5{,}45 = 4{,}05$

Wird dieses Beispiel durch einen im Nenner stehenden Faktor 7,3 noch erweitert,

$$\frac{6{,}5 \cdot 5{,}45}{8{,}75 \cdot 7{,}3} = 0{,}555$$

kann anschließend an die Lösung in Abb. 18 dividiert werden, indem der Wert 7,3 der Skala CF unter den Läuferstrich gebracht wird, so daß 4,05 durch 7,3 geteilt wird.

Stehen bei derartigen Aufgaben weitere Faktoren im Zähler und Nenner, wird einfach abwechselnd dividiert und multipliziert. Die Abwechslung von Zungen- und Läufereinstellungen sorgt für einen gleichbleibenden Fluß der Rechnung mit den wenigsten Einstellungen.

Es kann bei derartigen Aufgaben vorkommen, daß die Zunge nach der Division zu weit aus dem Rechenstab herausragt und die Zunge vor der Multiplikation durchgeschoben werden muß. Durch die richtige Wahl der Divisionseinstellung mit C/D oder CF/DF läßt sich dieser Sonderfall oft vermeiden.

8. Die Kehrwertskalen CI und CIF

Die Skala CI ist genauso unterteilt wie die Grundskalen C und D, mit dem Unterschied, daß sie in der umgekehrten Richtung von rechts nach links verläuft. Zum Schutz gegen Ablesefehler ist sie rot beziffert.

Wird der Läufer auf irgend einen Wert x in Skala C gestellt, kann sein Kehrwert 1/x in CI abgelesen werden, wie die Skalenbezeichnung am rechten Rand angibt. Wichtiger ist aber, daß die Kehrwertbildung auch für die umgekehrte Richtung gilt, beim Übergang von CI nach C. Über 5 in C steht 0,2 = 1/5 in CI, oder unter 4 in CI steht 0,25 = 1/4 in C.

Die Verwendung dieser Skala zeigt am besten folgende Überlegung:

$$4 \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

Der Kehrwert von 5 ist $\frac{1}{5}$. Multipliziert man 4 mit dem Kehrwert von 5, so wird eine Division durch 5 ausgeführt.

$$4 : \frac{1}{5} = 4 \cdot 5 = 20.$$

Dividiert man 4 durch $\frac{1}{5}$, so wird daraus eine Multiplikation mit 5.

Das Rechnen mit Kehrwerten hat für den Rechenstab eine sehr wichtige Bedeutung. Durch das Umwandeln einer Division in eine Multiplikation – und umgekehrt – wird bei zusammengesetzten Aufgaben die Anzahl der Läufer-und Zungeneinstellungen vermindert. Dadurch wird Zeit gespart und die Rechengenauigkeit erhöht, weil mit der geringeren Anzahl der Einstellungen auch weniger Einstellfehler gemacht werden.

Die Verwendung der Skalen CI und CIF wird am besten an Zahlenbeispielen gezeigt.

Beispiel: $3 \cdot 4{,}1 = 12{,}3$.

Man dividiert durch den Kehrwert von 4,1 — die Zahlenstrecke von 10 bis 4.1 auf CI — und liest unter der 10 von CI auf D ab.

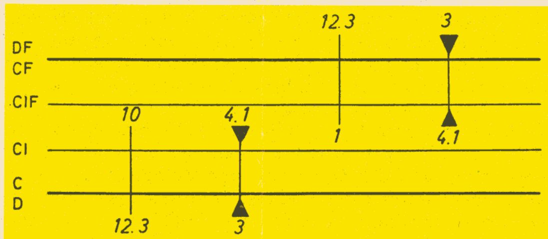


Abb. 19 $3 \cdot 4{,}1 = 12{,}3$

Der gleiche Rechenweg ist auf den versetzten Skalen eingestellt.

Beispiel: $2 : 6{,}5 = 0{,}308$.

Für die Division führt man eine Multiplikation mit dem Kehrwert aus, d. h. man stellt die 10 von Skala CI über die 2 von D und liest unter 6,5 von CI auf D das Ergebnis 0,308 ab.

Auch hier ist der gleiche Rechenweg auf den versetzten Skalen vorzunehmen.

Die bisher zwischen den Skalen C und CI geschilderten Beziehungen gelten in gleicher Weise auch für die Skalen CF und CIF. Wer die vorhergehenden Kapitel aufmerksam studiert hat, wird jetzt erkennen, daß die Skala CIF die folgerichtige Ergänzung des Skalensystems ist. Und wer die Vorteile der versetzten Skalen richtig ausnutzt, braucht die Skala CIF genau so oft wie die Skala CI, wenn er seine Einstellung mit den versetzten Skalen beginnt. Am folgenden Beispiel der Multiplikation von drei Faktoren werden die Einstellungen für die untere und für die obere Skalengruppe erläutert.

Beispiel: $1{,}5 \cdot 7{,}9 \cdot 1{,}69 = 20$

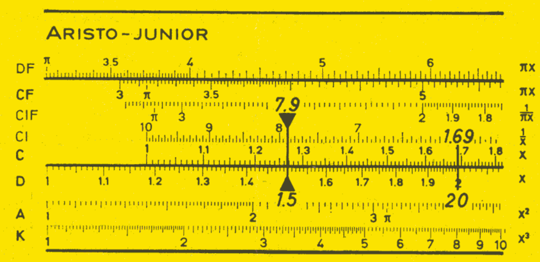


Abb. 20 Rechnung mit C/D/CI

Die erste Multiplikation $1{,}5 \cdot 7{,}9$ wird als Division mit den Skalen D und CI gerechnet, dann kann der dritte Faktor sofort auf Skala C eingestellt und das Ergebnis auf D abgelesen werden.

Entsprechend kann auch mit den versetzten Skalen CF/DF/CIF gerechnet werden, indem die erste Multiplikation mit den Skalen DF und CIF eingestellt wird.

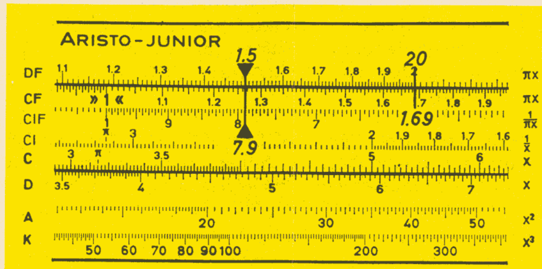


Abb. 21 Rechnung mit CF/DF/CIF

Es gibt für die Multiplikation und Division also mehrere Einstellmöglichkeiten, von denen sich der geübte Rechner jeweils die bessere aussucht, um wie bei den zusammengesetzten Aufgaben in Kap. 7 abwechselnd zu dividieren und zu multiplizieren.

Um die günstigsten Einstellungen im Verlauf einer Rechnung zu erhalten, kann wechselseitig zwischen den Skalengruppen C/D/CI und DF/CF/CIF gewählt werden.

Beispiel: $\dfrac{15{,}3}{2{,}24 \cdot 5{,}3} = \dfrac{15{,}3}{2{,}24} \cdot \dfrac{1}{5{,}3} = 1{,}29$

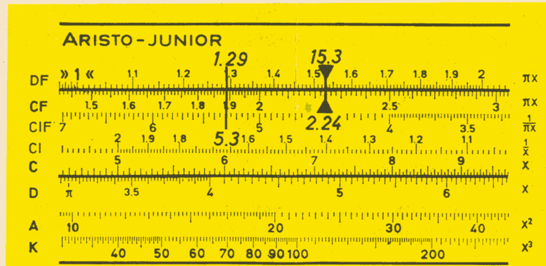


Abb. 22 Rechnung mit CF/DF/CIF

Steht im Verlauf einer Rechnung das Zwischenergebnis gegenüber der Zungeneins auf einer der Körperskalen und ist der nächste Schritt eine Multiplikation, wird mit den Skalen C und D oder CF und DF weitergerechnet; ist der nächste Schritt aber eine Division, werden die Skalen D und CI oder DF und CIF benutzt.

Befindet sich der Läufer über einem Zwischenergebnis auf einer der Körperskalen und ist der nächste Schritt eine Multiplikation, wird der nächste Faktor in CI bzw. CIF aufgesucht und unter den Läufer gebracht, um das Ergebnis unter einer Zungeneins ablesen zu können; ist aber der nächste Schritt eine Division, wird wie üblich mit den Skalen C oder CF dividiert, damit das Zwischenergebnis wieder gegenüber einer Zungeneins steht.

Beachte:

1. Ein leicht auftretender Ablesefehler bei Benutzung der Kehrwertskalen CI und CIF ergibt sich aus der Nichtbeachtung der von rechts nach links zu lesenden Ziffernfolge.

2. Stellt man zwei Werte auf CI und D oder CIF und DF einander gegenüber, so haben alle sich in diesen Skalen gegenüberstehenden Werte das gleiche Produkt.

9. Bruchgleichungen, Proportionen und Tabellen

Wir betrachten die Gleitlinie zwischen Zunge und fester Skala als Bruchstrich. Bei jeder Einstellung entstehen dann lauter gleichwertige Brüche.

Beispiel:

Es wird die 1 der Skala C über die 2 der Skala D gestellt.

Gleichwertige Brüche sind $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10}$

und weiter auf CF/DF: $\frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \frac{7}{14}$ .....

oder nach Art der Division gelesen $\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3}$ ... auf C/D

und $\frac{6}{3} = \frac{8}{4} = \frac{10}{5}$ ..... auf CF/DF.

Jeder eingestellte Bruch kann

a) erweitert oder gekürzt werden, wenn der Läufer verschoben wird.

b) in einen Dezimalbruch verwandelt werden, indem man ihn gegenüber der entsprechenden 1 oder 10 des Nenners abliest.

Die Kommastellung ist durch Überschlagsrechnung festzustellen.

Bei der Lösung der Proportion $a : b = c : x$, die besser als Bruchgleichung $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$ geschrieben wird, ist zu drei gegebenen Größen die vierte zu finden. Damit können Dreisatzaufgaben und Proportionen mit einer einzigen Zungenstellung gelöst werden.

Eine Aufgabe wird das am besten zeigen.

9,5 kg einer Ware kosten DM 6,30, wieviel kosten 8,4 kg? Die Lösung mit dem Dreisatz lautet:

$$\frac{6{,}30}{9{,}50} \cdot 8{,}4 = 5{,}57$$

Übersichtlicher wird der Rechengang, wenn das Verhältnis der Gewichte und Preise als Proportion aufgestellt wird.

$$\frac{\text{kg}}{\text{DM}} = \frac{9{,}50}{6{,}30} = \frac{8{,}4}{x}$$

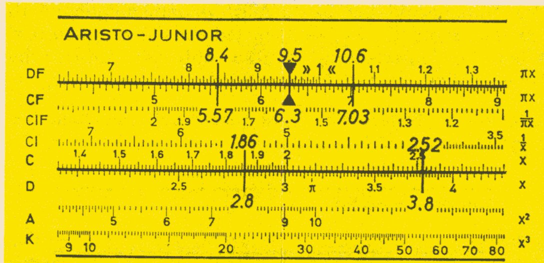


Abb. 23 Proportion

Mit der Gegenüberstellung des gegebenen Gewichtes 9,5 in Skala DF und des Preises 6,30 in Skala CF stehen sich in den Skalen CF/DF und C/D alle Gewichte und Preise gegenüber, deren Verhältnis (Quotient) gleich dem eingestellten ist. In DF und D stehen laut der ersten Einstellung alle Gewichte, in Skala CF und C die dazugehörigen Preise. Gegenüber dem Gewicht 8,4 wird demzufolge der Preis 5,57 abgelesen. Weitere Gewichts-Preis-Beziehungen sind in der Abbildung eingezeichnet.

10,6 kg kosten DM 7,03 (in Skala CF/DF)
3,8 kg kosten DM 2,52 (in Skala C/D)
2,8 kg kosten DM 1,86 (in Skala C/D)
1 kg kostet DM 0,66

Die Proportion kann also beliebig fortgesetzt und zu einer Tabelle ergänzt werden:

$$\frac{\text{kg}}{\text{DM}} = \frac{9{,}5}{6{,}3} = \frac{8{,}4}{5{,}57} = \frac{10{,}6}{7{,}03} = \frac{3{,}8}{2{,}52} = \frac{2{,}8}{1{,}86} = \frac{1}{0{,}66} = \dots$$

Bei der Rechnung mit Proportionen werden wir weitgehend unabhängig von den bisherigen Regeln. Es bleibt sich gleich, wo und wie sich die kg-Werte und DM-Werte gegenüberstehen, entscheidend ist, daß die Gewichte dort aufgesucht werden, wo das erste Gewicht eingestellt wurde und daß die Preise entsprechend auf der gegenüberliegenden Skala abgelesen werden. Dazu dient die Gelbfärbung der Zungenskalen als Ablesehilfe. Im obigen Beispiel könnten 6,3 in Skala DF und 9,5 in Skala CF eingestellt werden, dann müßte auch gegenüber 8,4 in CF das Ergebnis 5,57 in DF abgelesen werden.

Das Schema, gleiche Sorten auf gleichen Skalen einzustellen, eignet sich für alle ähnlichen Berechnungen, wie z. B. zur Umrechnung von Geldsorten, Zoll in cm, Réaumur in Celsius usw. Für Dreisatzaufgaben mit umgekehrtem Verhältnis wird anstelle der Skala C die Skala CI benutzt.

10. Quadrate und Quadratwurzeln

Die Quadratskala A hat als Einheit die halbe Länge der Skala D. Auf der Gesamtlänge ist deshalb das gleiche Teilungsbild zweimal hintereinander aufgetragen, aber durchlaufend von 1 bis 10 und von 10 bis 100 beziffert. Das Teilungsbild der Skala A ist anders aufgebaut als das der Skala D. Es kommen jedoch die gleichen drei Arten der Unterteilung vor, so daß der Aufbau des Teilungsbildes schnell erkannt wird.

Jeder auf D eingestellten Zahl a steht auf A das Quadrat a^2 gegenüber.

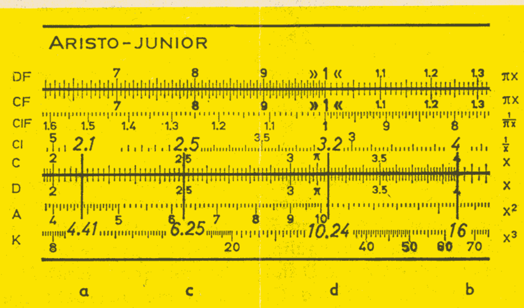


Abb. 24 Quadrate und Quadratwurzeln

a) $2,1^2 = 4,41$

b) $4^2 = 16$ (Ablesung im rechten Bereich)

c) $\sqrt{6,25} = 2,5$

d) $\sqrt{10,24} = 3,2$ (Einstellung im rechten Bereich)

Quadratwurzeln werden in der umgekehrten Ableserichtung gezogen:

Der Radikand wird mit dem Läufer auf Skala A eingestellt und die Quadratwurzel auf Skala D abgelesen.
Da die Skala A aus zwei gleichen Teilen besteht, kann zwar jede Zahl im linken oder rechten Teil aufgesucht werden, aber beim Wurzelziehen muß für die Einstellung des Radikanden der richtige Bereich gewählt werden, z. B. darf $\sqrt{4}$ nur links und $\sqrt{40}$ nur rechts eingestellt werden, damit in Skala D das richtige Ergebnis abgelesen wird.

Die Bezifferung der Skala A verhütet Einstellfehler für Radikanden von 1 bis 100. Größere oder kleinere Zahlen werden durch Abspalten von Potenzen der Zahl 100 auf den angeschriebenen Bereich zurückgeführt.

z. B. $123 = 1,23 \cdot 100$ $\qquad 1230 = 12,3 \cdot 100$
oder $0,123 = 12,3 : 100$ $\qquad 0,00123 = 12,3 : 100^2$

$\sqrt{1,23}$ und $\sqrt{12,3}$ können in Skala D abgelesen werden.
$\sqrt{100} = 10$ wird im Ergebnis durch Verschieben des Kommas berücksichtigt.

Beim Quadrieren kann die Kommastellung durch eine Überschlagsrechnung ermittelt werden. Die Abspaltung von Zehnerpotenzen bringt dabei Vereinfachungen. Dies zeigen die folgenden Aufgaben, die Abwandlungen zu den Beispielen a und b in Abb. 24 sind.

a) $21^2 = (2,1 \cdot 10)^2 = 2,1^2 \cdot 100 = 441$

$$0,025^2 = \left(\frac{2,5}{100}\right)^2 = \frac{6,25}{10\,000} = 0,000\,625$$

d) $\sqrt{1024} = \sqrt{10,24 \cdot 100} = 10 \cdot 3,2 = 32$

$$\sqrt{0,1024} = \sqrt{\frac{10,24}{100}} = \frac{1}{10} \cdot \sqrt{10,24} = \frac{3,2}{10} = 0,32$$

Übungsbeispiele:

$3,1^2 = 9,61$; $\qquad 0,47^2 = 0,2201$
$\sqrt{32,5} = 5,7$; $\qquad \sqrt{0,285} = 0,534$

11. Kuben und Kubikwurzeln

In der Kubikskala sind drei gleichlange und gleichartig geteilte Skalenabschnitte nebeneinander angeordnet, die von 1 bis 10, von 10 bis 100 und von 100 bis 1000 beziffert sind. Die Einheit dieser drei Skalenabschnitte beträgt 1/3 der Länge von Skala D. Jeder auf der Grundskala D eingestellten Zahl a steht damit auf Skala K der Kubus a^3 gegenüber.
Kubikwurzeln werden in der umgekehrten Ableserichtung gezogen. Die Bezifferung der Skalen D und K von 1 bis 10 bzw. 1 bis 1000 erleichtert das Rechnen in diesen Zahlenbereichen, besonders beim Einstellen der Radikanden in Skala K. Zur Ermittlung der Kommastellung und zum richtigen Einstellen des Radikanden in anderen Zahlenbereichen ist es wieder zweckmäßig, Zehnerpotenzen abzuspalten (vergl. Kapitel 10).

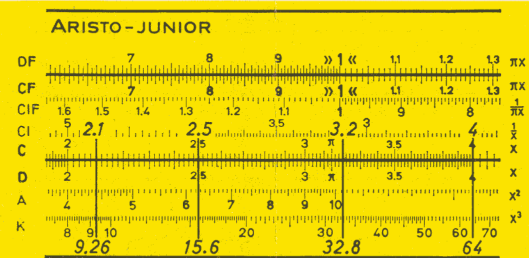


Abb. 25 $\qquad$ a) $2,1^3 = 9,26$ $\qquad$ b) $\sqrt[3]{64} = 4$

c) $2,5^3 = 15,6$ $\qquad$ d) $\sqrt[3]{32,8} = 3,2$

12. Läufermarken

12.1 Läufermarke 36 (siehe Kap. 6.3)

12.2 Läufermarke zur Berechnung von Kreisflächen

Rechts vom Hauptstrich des Läufers befindet sich eine Marke d über der Grundskala D, die in Verbindung mit dem Hauptstrich die Berechnung von Kreisflächen (Querschnitten) erleichtert. Der Strichabstand gibt den Faktor $\frac{\pi}{4} = 0{,}785$ — bezogen auf Skala A — für die vereinfachte Berechnung von $F = \frac{\pi}{4} d^2$.

Nach Einstellung der Marke d über dem Durchmesser in Skala D wird am Hauptstrich in Skala A die Kreisfläche bzw. der Querschnitt q abgelesen, z. B. d = 2 cm, q = π cm². Den Durchmesser d zu einer gegebenen Kreisfläche q findet man in der umgekehrten Reihenfolge der Ablesung.

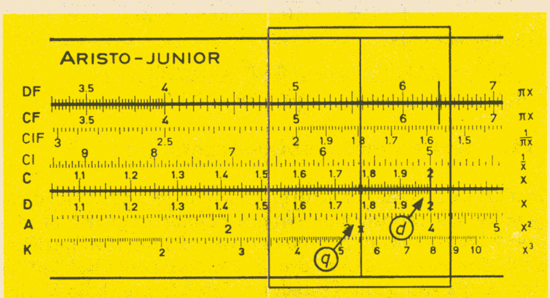


Abb. 26 Beispiel für d = 2 cm, q = π cm²

12.3 Läufermarke zur Berechnung von Kugelvolumen

Die mit V bezeichnete Marke über der Skala K wird in Verbindung mit der Marke d zur Berechnung des Kugelvolumens nach der Formel $V = \frac{\pi}{6} d^3$ benutzt. Der Abstand beider Marken gibt den auf Skala K bezogenen Faktor $\pi/6 = 0{,}524$.

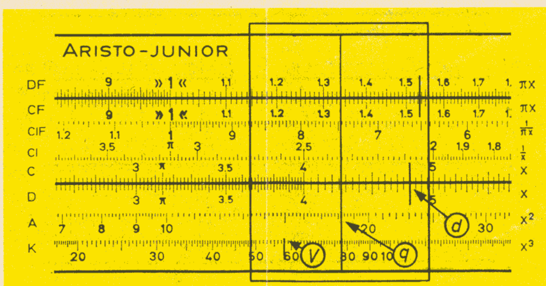


Abb. 27 Beispiel: d = 4,8 cm, V = 57,9 cm³

Wird der Kugeldurchmesser mit der Marke d in Skala D eingestellt, kann das Volumen unter der Marke V in Skala K abgelesen werden. Umgekehrt wird zu jedem in Skala K mit der Marke V eingestellten Volumen der Kugeldurchmesser in Skala D unter der Marke d abgelesen.

Übungsbeispiele:	d = 3,5	V = 22,45
	d = 6,3	V = 130,9
	d = 1,4	V = 1,437

13. Abnehmen und Aufsetzen des Läufers

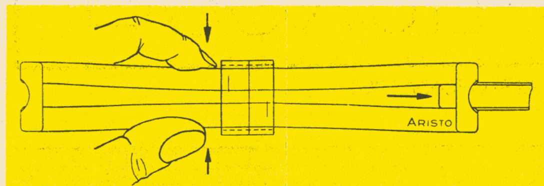


Abb. 28

Zum Abnehmen oder Aufsetzen des Läufers werden die Körperleisten bei weit herausgezogener Zunge etwas zusammengedrückt (Abb. 28).

Sollte einmal die Läuferfeder gebrochen sein, kann diese leicht ersetzt werden, wie die nebenstehende Abb. 29 zeigt. Um den Läufer beim Einführen der Federenden nicht zu zerkratzen, wird die Innenseite am besten durch eine Metallfolie (Rasierklinge) geschützt. Ersatzfedern für den Läufer liefert Ihr Fachhändler.

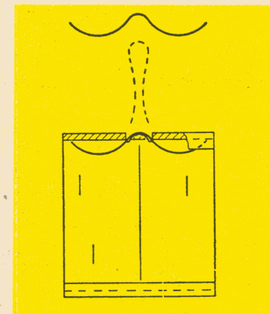


Abb. 29

14. Die Behandlung des ARISTO-Rechenstabes

Der Rechenstab ist ein wertvolles Rechenhilfsmittel und braucht eine pflegliche Behandlung. Die Skalen und der Läufer sind vor Verschmutzung und Kratzern zu schützen, damit die Ablesegenauigkeit nicht beeinträchtigt wird.

Es empfiehlt sich, den Rechenstab von Zeit zu Zeit mit dem Spezialreinigungsmittel DEPAROL zu reinigen und trocken nachzupolieren. Keinesfalls dürfen irgendwelche Chemikalien verwendet werden, da diese die Teilung zerstören können.

Der Rechenstab ist vor Plastik-Radierern und ihren Abriebprodukten zu schützen, da diese die Oberfläche des ARISTOPAL beschädigen können. Ferner ist eine Lagerung an heißen Plätzen, z. B. auf Heizkörpern oder in praller Sonne, zu vermeiden, da bei höheren Temperaturen als etwa 60° C Verformungen auftreten. Für derartig beschädigte Rechenstäbe wird kein Ersatz geleistet.