



## Behandlung des *ARISTO*-Rechenstabes

Der Rechenstab verdient als wertvolles Rechenhilfsmittel eine pflegliche Behandlung. Die Skalen und der Läufer sind vor Verschmutzung und Kratzern zu schützen, damit die Ablesegenauigkeit nicht beeinträchtigt wird.

Es empfiehlt sich, den Rechenstab von Zeit zu Zeit mit dem Spezialreinigungsmittel DEPAROL zu reinigen und trocken nachzupolieren. Keineswegs dürfen irgendwelche Chemikalien verwendet werden, da diese die Teilung zerstören können.

Der Rechenstab ist vor Plastik-Radierern und ihren Abriebprodukten zu schützen, da diese die Oberfläche des ARISTOPAL beschädigen. Ferner ist eine Lagerung an heißen Plätzen, z.B. auf Heizkörpern oder in praller Sonne, zu vermeiden, da bei höheren Hitzegraden als etwa 60° C Verformungen auftreten. Für derartig beschädigte Rechenstäbe wird kein Ersatz geleistet.

## INHALT

1. Die Skalenanordnung .....	4
2. Das Lesen der Skalen .....	5
2.1 Das Rechenprinzip .....	6
3. Multiplikation .....	6
4. Division .....	7
5. Vereinigte Multiplikation und Division .....	8
6. Die Kehrwertskala CI .....	8
7. Proportionen .....	9
8. Die Skalen A, B und K .....	9
8.1 Das Rechnen mit den Quadratskalen A, B und BI .....	10
9. Die trigonometrischen Funktionen .....	11
9.1 Die Skalen S und T .....	11
9.2 Tabelle zum Einstellen und Ablesen der trigonometrischen Funktionen in Skala S und T .....	12
9.3 Die Skala ST .....	12
10. Die Exponentialskalen LL <sub>2</sub> und LL <sub>3</sub> .....	13
10.1 Potenzen $y = a^x$ .....	13
10.2 Beispiel für $y = e^x$ .....	14
10.3 Wurzeln $y = \sqrt[x]{a}$ .....	15
10.4 Logarithmen .....	15
11. Rechnen mit den Sonderskalen .....	17
11.1 Anwendung der Skala D/M .....	17
11.2 Anwendung der Skala V .....	18
12. Die Marken und ihre Anwendung .....	20
12.1 Anwendung der Marken $\gamma_{Cu}$ und $\gamma_{Al}$ .....	20
12.2 Anwendung der Marken $\varrho_{Cu}$ und $\varrho_{Al}$ .....	21
12.3 Anwendung der Marken ' und '' .....	21
13. Der Vierstrichläufer .....	21
13.1 Berechnung des Kreisquerschnitts .....	21
13.2 Umrechnung von kW in PS .....	22

## DER RECHENSTAB ARISTO-ELEKTRO

Die Skalen des System Rietz wurden bei diesem Rechenstab durch Exponentialskalen und Skalen zur Berechnung der Wirkungsgrade und der Spannungsverluste erweitert.

### 1.

#### Die Skalenanordnung

<b>Vorderseite:</b>	K	Kubikskala	} auf dem Körper
	A	Quadratskala	
	B	Quadratskala	
	BI	Kehrwertskala zu B	} auf der Zunge
	CI	Kehrwertskala zu C	
	C	Grundskala	} auf dem Körper
	D	Grundskala	
	LL3	Exponentialskala, Bereich 2,5 bis 100000	
	LL2	Exponentialskala, Bereich 1,1 bis 3,0	
	D/M	Wirkungsgradskala für Dynamo und Motor	
	V	Voltskala zur Berechnung von Spannungsverlusten	

$x^3$   
 $x^2$   
 $x^2$

$1/x^2$   
 $1/x$

$x$   
 $x$   
 $e^x$   
 $e^{0,1x}$

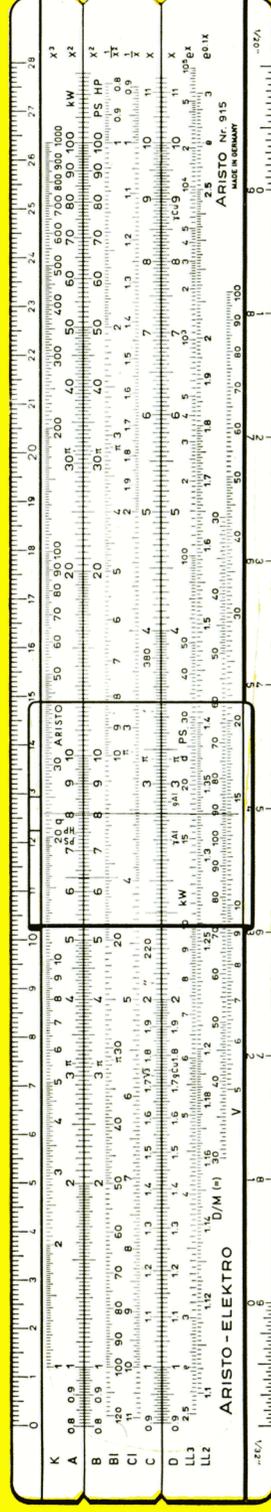


Abb. 1a Vorderseite

#### Zungen-Rückseite:

S	Sinusskala für Winkel von 5,5° bis 90°	$\hat{x}$ sin
ST	Kleine Winkel im Radiantmaß von 0,55° bis 6°	$\hat{x}$ arc
L	Mantissenskala für dekadische Logarithmen	lg x
T	Tangensskala für Winkel von 5,5° bis 45°	$\hat{x}$ tan

Auf den transparenten Facetten befinden sich eine Millimeter- und eine Zollskala. Die offene Zollsкала gilt für die Unterteilungen 1/20" und 1/32".

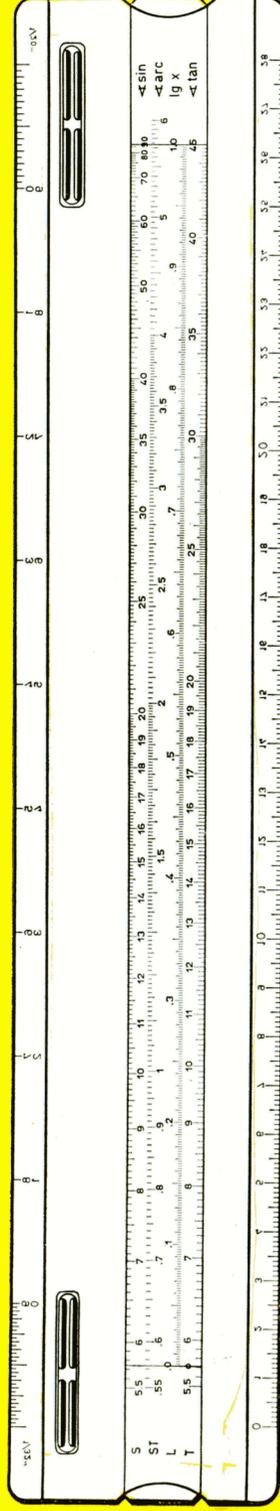


Abb. 1b Rückseite 915 • 815

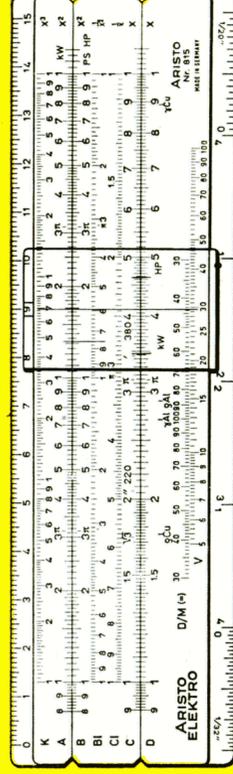


Abb. 2 Taschenrechenstab 815

## 2. Das Lesen der Skalen

Für den Gebrauch des Rechenstabes ist es wesentlich, die Skalen schnell und sicher abzulesen, deshalb soll am Anfang das Lesen der Skalen geübt werden. Die Abbildungen 3 bis 6 zeigen Ablesebeispiele der am meisten benutzten Grundskalen C und D. Die Hauptintervalle sind mit langen Teilstrichen und den Ziffern 1 bis 10 gekennzeichnet (Abb. 3). Die 10 entspricht wieder der 1, da dieser Teilstrich als Beginn einer neuen Skala, identisch der vorausgehenden, angesehen werden kann.



Abb. 3 Die Hauptintervalle

Im Bereich der Ziffern 1 bis 2 ähnelt die Skala dem Teilungsbild eines Millimeter-Maßstabes, der Unterschied besteht nur darin, daß die Teilungsintervalle nach rechts hin immer kleiner werden, und daß die Skala nicht mit 0, sondern mit 1 beginnt.



Abb. 4 Ablese im Bereich von 1 bis 2

Die Ziffer 2 eines Millimeter-Maßstabes kann 2 cm, 20 mm, 0,2 dm, 0,02 m usw. bedeuten; ebenso sagt auch die Ziffer der Rechenstabskala nichts über die Kommastellung aus. Deshalb ist es ratsam, nur Ziffernfolgen ohne Komma abzulesen und die Ziffern einzeln zu sprechen, z. B. Eins-Drei-Vier, nicht aber einhundertvierunddreißig, damit keine Ziffern vertauscht oder ausgelassen werden. Zur Übung verschiebt man den Läuferstrich langsam vom Wert 1 nach rechts und liest an jedem einzelnen Teilstrich die Ziffernfolge ab: 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113 usw.

Der Läuferstrich ist im Vergleich zur Breite des Intervalls so dünn, daß man die Mitte zwischen zwei Teilstrichen sicher einstellen kann. Das Auge kann aber auch kleinere Bruchteile eines Intervalls unterscheiden, so daß man bei einiger Übung auch den zehnten Teil des Intervalls schätzen kann.

Zur Übung wird der Läuferstrich langsam weiter nach rechts verschoben, zwischen den Teilstrichen 131,0 und 132,0 wird beispielsweise geschätzt: 131,0, 131,1, 131,2, 131,3, 131,4, 131,5 usw.

Zwischen einem bezifferten Teilstrich und dem ihm folgenden sind die Nullen zu beachten, besonders am Beginn der Skala, z. B. 100,0, 100,1, 100,2, 100,3 usw. (vgl. 1007 und 1095 in Abb. 4).



Abb. 5 Ablese im Bereich von 2 bis 4

Da die Teilungsintervalle links von der Ziffer 2 bereits sehr eng werden, ist in dem daran anschließenden Bereich zwischen den Ziffern 2 und 4 nur noch jeder zweite Teilstrich eingraviert; daraus ergibt sich ein neues Teilungsbild, bei dem von Strich zu Strich die geraden Werte abgezählt werden: 200, 202, 204, 206, 208, 210, 212, 214 usw. Die Mitten der Intervalle geben die ungeraden Werte an: 201, 203, 205, 207, 209, 211, 213 usw. Abb. 5 zeigt einige Ablesebeispiele.

Im Bereich von 4 bis 10 führt jeder Teilstrich um 5 Einheiten weiter, so daß die Ablesungen an den aufeinanderfolgenden Teilstrichen 400, 405, 410, 415, 420, 425, 430 usw. lauten.



Abb. 6 Ablese im Bereich von 4 bis 10

Die Zwischenwerte müssen nach Augenmaß geschätzt werden, in der Mitte zwischen 400 und 405 liegt der Wert 4025, etwas links davon 402, etwas rechts von der Mitte 403. Entsprechend gibt die Mitte des nächsten Intervalles den Wert 4075 an. Abb. 6 zeigt eine Reihe von Einstellungen.

### 2.1 Das Rechenprinzip

Gerechnet wird derart, daß Strecken mechanisch addiert oder subtrahiert werden. Auf einfachste Weise kann die Rechenmethode an Hand zweier gegeneinander verschiebbarer Millimetermaßstäbe erklärt werden.

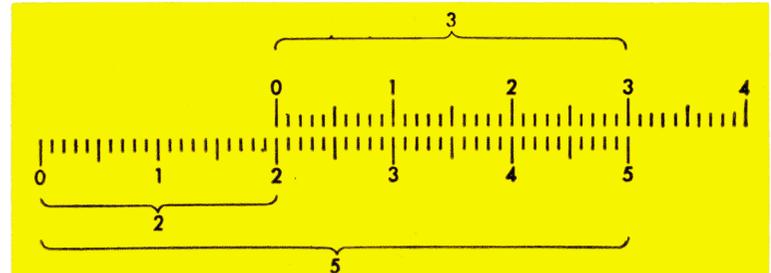


Abb. 7 Graphische Addition mit Skalen

Abb. 7 zeigt als Beispiel  $2 + 3 = 5$ . Wenn der Anfang des oberen Maßstabes über den Wert 2 des unteren Maßstabes gelegt wird, kann zu dieser eingestellten Strecke 2 mit Hilfe der oberen Skala beispielsweise die Strecke 3 addiert werden. Unter der 3 des oberen Maßstabes steht das Ergebnis 5 in dem unteren Maßstab. In der Abb. 7 könnte ebenfalls abgelesen werden  $2 + 1 = 3$  oder  $20 + 15 = 35$ , wenn die Millimeter abgezählt werden.

Auch die Subtraktion  $5 - 3 = 2$  läßt sich aus der Abb. 7 ablesen, der Vorgang wird dann nur umgekehrt. Von der Strecke 5 der unteren Skala wird die Strecke 3 der oberen Skala abgezogen, dazu werden die Werte 5 und 3 übereinandergestellt und unter dem Anfang der oberen Skala steht das Ergebnis 2 in der unteren Skala.

Beim Rechenstab befinden sich die Teilungen auf einem festen Körper und auf einer darin verschiebbaren Zunge. Die Eigenart des Rechenstabes liegt darin, daß logarithmisch geteilte Skalen aufgetragen sind. Die Addition zweier Strecken gibt damit eine Multiplikation, und die Subtraktion wird zur Division.

## 3. Multiplikation

(Zwei Strecken werden addiert)

Zur Multiplikation dienen hauptsächlich die Skalen C und D. Der Zungenanfang 1 der Skala C wird über den Wert 18 der Teilung D gestellt. Durch Verschieben des Läufers zum Wert 13 der Skala C wird die Strecke 13 zur Strecke 18 addiert, und das Ergebnis der Multiplikation  $18 \cdot 13 = 234$  (Abb. 8) kann unter dem Läuferstrich auf der Skala D abgelesen werden. Aus einer groben Überschlagsrechnung ( $20 \cdot 10 = 200$ ) ergibt sich die Kommastellung.

Wenn bei dem folgenden Beispiel  $18 \cdot 7,8$  der in Abb. 8 angegebene Weg nicht zum Ziele führt, weil die Zunge so weit aus dem Rechenstab herausragt, daß die Skala D für die Ablesung des Ergebnisses nicht ausreicht, dann wird der Wert 18 mit dem rechten Ende 10 der Skala C eingestellt. Damit stände auch der Anfang von C über einem Wert 18, wenn man sich die Skala D noch einmal

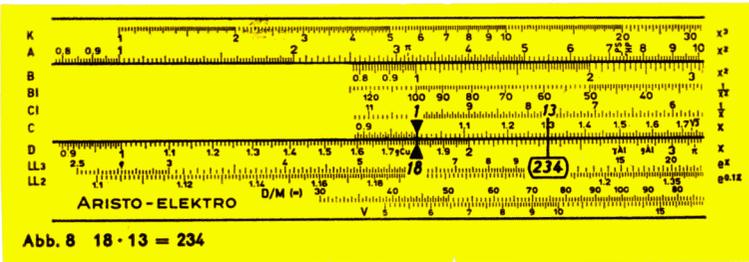


Abb. 8  $18 \cdot 13 = 234$

nach links angetragen vorstellt. Zu diesem nur vorgestellten Wert wird dann die Strecke 7,8 addiert. Die Methode der Vertauschung von Zungenanfang und -ende heißt „Durchschieben“ der Zunge. Sie führt immer zum Ziel, wenn eine Ablesung beim Multiplizieren nicht anders möglich ist.

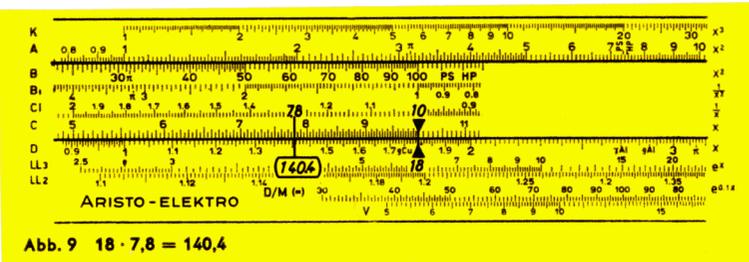


Abb. 9  $18 \cdot 7,8 = 140,4$

Beispiel:  
 Berechnung der Spannung  $U$ , wenn der Widerstand  $R = 70 \Omega$  und die Stromstärke  $I = 0,715 \text{ A}$  gegeben ist. (Einstellen und Ablesen gemäß Abb. 9).  
 Gesetz:  $U = I \cdot R$   $U = 70 \cdot 0,715 = 50,1 \text{ V}$

#### 4. Division

(Subtraktion zweier Strecken, Umkehrung der Multiplikation)

Der Läuferstrich wird über den Wert 2620 der Skala D gestellt und der Wert 17,7 der Skala C unter den Läuferstrich geschoben, so daß beide Werte untereinander stehen. Das Ergebnis 148 der Division  $2620 : 17,7$  wird unter dem Zungenanfang der Skala C abgelesen, bei anderen Beispielen gegebenenfalls unter dem Zungenende. Die Zungeneinstellung ist die gleiche wie bei der Multiplikation  $148 \cdot 17,7 = 2620$ . Der Unterschied zwischen der Multiplikation und Division besteht nur in der Reihenfolge der Arbeitsgänge. Nach der Einstellung der

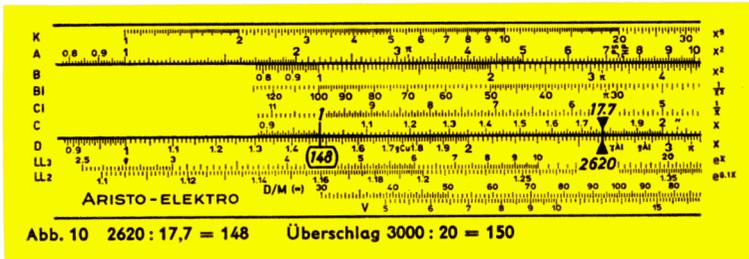


Abb. 10  $2620 : 17,7 = 148$  Überschlagn  $3000 : 20 = 150$

Division wird das Ergebnis jeweils unter dem im Körper befindlichen Skalenanfang oder -ende abgelesen, ein Durchschieben gibt es nicht. Diese Eigenart wird in den folgenden Kapiteln wiederholt ausgenutzt werden.

#### 5. Vereinigte Multiplikation und Division

Bei Ausdrücken der Form  $\frac{a \cdot b}{c}$  wird zuerst dividiert, anschließend multipliziert.

Beispiel:  $\frac{15,5}{13,2} \cdot 1,42 = 1,667$  (Abb. 11). Nach der Division  $15,5 : 13,2$  braucht das Zwischenergebnis 1,174 nicht abgelesen zu werden; der Läufer wird gleich zum Wert 1,42 der Skala C verschoben, darunter steht dann das Ergebnis 1,667 in Skala D.

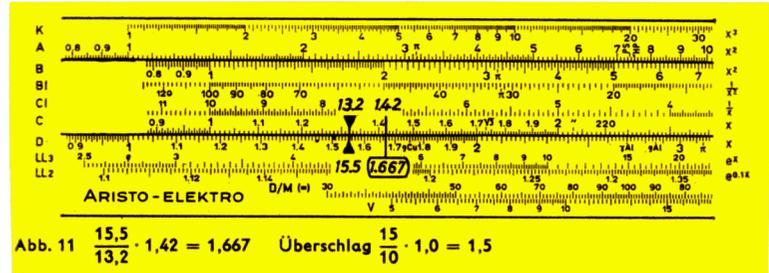


Abb. 11  $\frac{15,5}{13,2} \cdot 1,42 = 1,667$  Überschlagn  $\frac{15}{10} \cdot 1,0 = 1,5$

Berechnung des Ohmschen Widerstandes einer Kupferleitung mit dem spezifischen Widerstand  $\rho = 0,0175 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$  für die Länge  $l = 800 \text{ m}$  bei einem Querschnitt  $q$  von  $2,5 \text{ mm}^2$ . (Einstellen und Ablesen gemäß Abb. 11).

$$R = \frac{\rho \cdot l}{q} = \frac{0,0175 \cdot 800}{2,5} = 5,6 \Omega \quad \text{Überschlagsrechnung: } \frac{2 \cdot 8}{2,5} = 4$$

#### 6. Die Kehrwertskala CI

Die Skala CI entspricht den Grundskalen C und D mit dem Unterschied, daß sie in der entgegengesetzten Richtung geteilt und beziffert ist (Skala mit roter Zeifferung). Über jedem Wert  $x$  der Grundskala C steht auf der Skala CI der Kehrwert  $1/x$ , wie die Skalenbezeichnung am rechten Rechenstabrand angibt.

Über dem Wert 2 der Grundskala C steht auf der Skala CI  $\frac{1}{2} = 0,5$ . In umgekehrter Ableserichtung findet man unter 2 in CI den Kehrwert 0,5 in C.

##### 6.1

Der Gesamtwiderstand parallel geschalteter Widerstände wird gesucht:

$$\text{Gesetz: } \frac{1}{R_g} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

Bei drei Widerständen mit  $R_1 = 6$ ,  $R_2 = 8,5$  und  $R_3 = 9$  ergibt sich

$$\frac{1}{R_g} = \frac{1}{6} + \frac{1}{8,5} + \frac{1}{9} = 0,1666 + 0,1177 + 0,1111 = 0,3954$$

$$R_g = 2,53$$

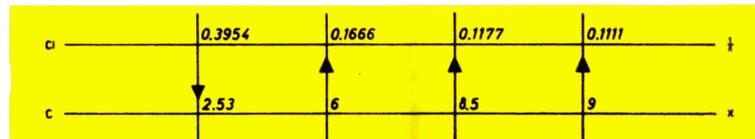


Abb. 12

Nach der Multiplikation mit 15000 ist das Ergebnis 18,7 V in Skala V unter dem Läuferstrich abzulesen.

Auf den Skalen A/B kann im linken Bereich zwischen 1 und 10 oder im rechten Bereich zwischen 10 und 100 gerechnet werden. Der dritte Faktor muß jedoch so auf Skala B eingestellt werden, daß auf Skala V das Ergebnis abgelesen werden kann.

Beispiel:

Der Querschnitt einer Kupferleitung ist zu ermitteln, die bei einer Gesamtlänge von  $l = 700$  m und  $U = 500$  V eine Gleich- oder Wechselstromleistung ( $\cos \varphi = 1$ )  $P = 80$  kW = 80000 W übertragen soll. Der Leistungsverlust darf  $p = 6\%$  nicht überschreiten.

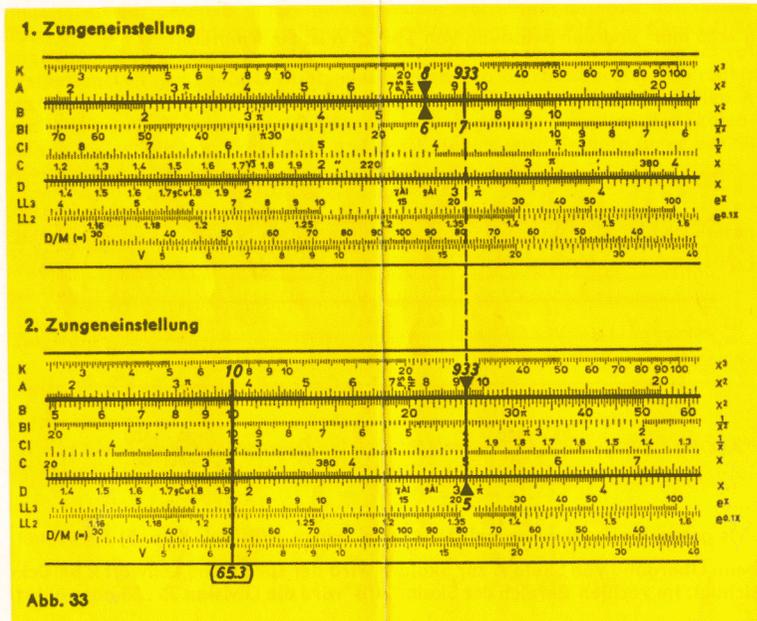
$$\text{Gesetz: } q = \frac{P \cdot l}{\kappa \cdot \frac{p}{100} \cdot U^2}$$

$$\text{Beispiel: } q = \frac{80000 \cdot 700}{57,2 \cdot 0,06 \cdot 500^2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 10^4}{57,2 \cdot 6 \cdot 5^2} = 65,3 \text{ mm}^2$$

$$\text{Überschlag: } \frac{8 \cdot 7 \cdot 10^4}{56 \cdot 1,5 \cdot 10^2} = \frac{100}{1,5} \approx 66$$

In der ersten Zungenstellung wird das Zwischenergebnis der Rechnung  $\frac{8}{6} \cdot 7$

mit dem Läufer festgehalten, dann wird der Wert 5 in Skala C und damit  $5^2$  in Skala B unter den Läuferstrich gebracht. Der Faktor  $\kappa = 57,2$  wird beim Übergang zur V-Skala berücksichtigt.



## 12. Die Marken und ihre Anwendung

Für Sonderrechnungen und häufig wiederkehrende Zahlenwerte sind folgende Marken angebracht:

Marke	in Skala	Bedeutung	Zahlenwert
$\pi$	A, B, C, D, BI, CI	—	3,142
$\sqrt{3}$	C	—	1,732
220	C	—	220
380	C	—	380
PS	A	1 PS $\approx$ 736 W	735,36
HP	A	1 HP $\approx$ 746 W	745,56
$\gamma_{Cu}$	D	spez. Widerstand von Kupfer	0,0175
$\gamma_{Cu}$	D	spez. Gewicht von Kupfer	8,9
$\gamma_{Al}$	D	spez. Widerstand von Aluminium	0,029
$\gamma_{Al}$	D	spez. Gewicht von Aluminium	2,7
,	C	$\frac{180}{\pi} \cdot 60$	3438
''	C	$\frac{180}{\pi} \cdot 60 \cdot 60$	206265

Die Bedeutung der Marken als Faktoren ist durch die Angaben in der Tabelle klargestellt. Die Marke HP gilt für das angelsächsische System und wird wie die PS-Marke benutzt.

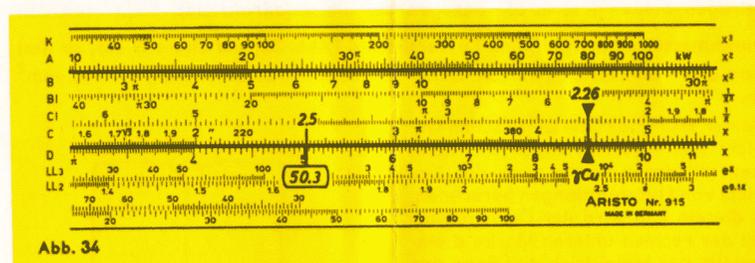
### 12.1 Anwendung der Marken $\gamma_{Cu}$ und $\gamma_{Al}$

Zur Berechnung des Gewichtes einer Kupferleitung gilt die Formel  $G = \gamma_{Cu} \cdot q \cdot l$ .

Wird der Querschnitt  $q$  in  $\text{mm}^2$  und die Länge  $l$  in Metern angegeben, so erhält man das Gewicht in Pond.

Eine 2,5 m lange Kupferleitung mit dem Querschnitt  $q = 2,26 \text{ mm}^2$  wiegt

$$G = \gamma_{Cu} \cdot 2,26 \cdot 2,5 = 50,3 \text{ p.}$$



Zuerst wird  $\gamma_{Cu}$  mit dem Läufer eingestellt, dann, wie in Kap. 5 angegeben, der 2. Faktor 2,26 auf Skala CI unter den Läuferstrich gebracht. Unter 2,5 in Skala C steht das Ergebnis 50,3 p in Skala D.

Soll die gleiche Rechnung für eine Aluminiumleitung durchgeführt werden, benutzt man die Marke  $\gamma_{Al}$  und erhält  $G = 15,25 \text{ p}$ .

## 6.2

Mit Hilfe einer Kehrwertskala CI kann eine Multiplikation in eine Division und umgekehrt eine Division in eine Multiplikation umgewandelt werden,

z. B.:  $4 \cdot 5 = \frac{4}{1/5}$  bzw.  $\frac{4}{5} = 4 \cdot \frac{1}{5}$

Ausdrücke der Form  $b \cdot c \cdot d$  bzw.  $\frac{a}{a \cdot b \cdot c}$  werden durch abwechselnde Multiplikation und Division wie die Aufgaben der vereinigten Multiplikation und Division (Kap. 5) gelöst.

Beispiel:  $185 \cdot 6 \cdot 0,33 = 366$

Die erste Multiplikation  $185 \cdot 6$  wird als Division  $\frac{185}{1/6}$  mit den Skalen D und CI gerechnet. Der dritte Faktor 0,33 kann sofort mit dem Läufer eingestellt und das Ergebnis auf D abgelesen werden.

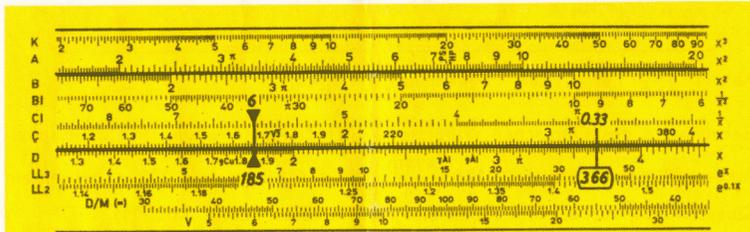
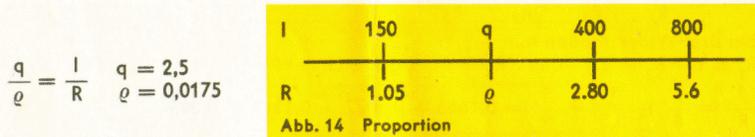


Abb. 13  $185 \cdot 6 \cdot 0,33 = 366$

## 7. Proportionen

Proportionen der Form  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  kommen bei vielen Rechnungen vor, besonders beim Aufstellen von Tabellen und bei Dreisatz-Aufgaben. Nach der Einstellung eines Verhältnisses  $\frac{a}{b}$  können beliebige Verhältnisse  $\frac{c}{d}$  durch Verschieben des Läufers abgelesen werden; dabei dient die Trennungslinie zwischen der Zunge und dem Rechenstabkörper gleichsam als Bruchstrich der Verhältnisse. So kann etwa im Beispiel der Fig. 14 nach der Einstellung des Verhältnisses  $\frac{q}{R}$  die Abhängigkeit des Ohmschen Widerstandes von der Leitungslänge als Tabelle dargestellt werden (vgl. Kap. 5).



$$\frac{q}{\varrho} = \frac{l}{R} \quad q = 2,5 \quad \varrho = 0,0175$$

## 8. Die Skalen A, B und K

Wird der Läuferstrich auf einen beliebigen Wert x der Skala D gestellt, so kann auf der Skala A der Quadratwert  $x^2$  und auf der Skala K der Kubikwert  $x^3$  abgelesen werden. Im umgekehrten Rechengang erhält man die zweiten und dritten Wurzeln.

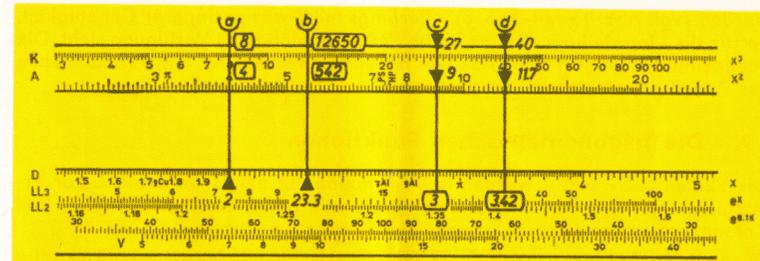


Abb. 15 Potenzen und Wurzeln

- a)  $2^2 = 4$   $2^3 = 8$   
 b)  $23,3^2 = 2,33^2 \cdot 10^2 = 542$   $23,3^3 = 2,33^3 \cdot 10^3 = 12650$   
 c)  $\sqrt[2]{9} = 3$   $\sqrt[2]{27} = 3$   
 d)  $\sqrt[2]{11,7} = 3,42$   $\sqrt[2]{40} = 3,42$

Die Kommastellung ergibt sich am besten durch eine Überschlagsrechnung. Beim Potenzieren und Wurzelziehen ist es vorteilhaft, Zehnerpotenzen abzuspalten, um Zahlenwerte zu erhalten, deren Lösung leicht zu übersehen ist. Die Quadratskalen sind zu diesem Zweck von 1 bis 100, die Kubikskala ist von 1 bis 1000 beziffert worden. In welchem Bereich der Läufer eingestellt werden muß, ergibt sich aus dieser Bezifferung der Skalen.

Beispiele:  $\sqrt{3200} = \sqrt{32 \cdot 100} = 10 \cdot \sqrt{32} = 10 \cdot 5,66 = 56,6$

$\sqrt{320} = \sqrt{3,2 \cdot 100} = 10 \cdot \sqrt{3,2} = 10 \cdot 1,79 = 17,9$

$\sqrt[3]{1,813} = 1,22$

$\sqrt[3]{0,1813} = \sqrt[3]{\frac{181,3}{1000}} = \frac{5,66}{10} = 0,566$

$\sqrt[3]{0,01813} = \sqrt[3]{\frac{18,13}{1000}} = \frac{2,625}{10} = 0,2625$

## 8.1 Das Rechnen mit den Quadratskalen A, B und BI

Die Skalen A und B sind wie die Grundskalen C und D zwei identische Skalen mit dem Unterschied, daß zwei auf die Hälfte verkleinerte Grundskalen in ihnen aneinandergereiht sind. Ihr linker Bereich ist von 1 bis 10 und der rechte von 10 bis 100 beziffert. Die Skala BI ist die Kehrwertskala zu B. Mit diesen drei Skalen können demzufolge alle bisher besprochenen Aufgaben in gleicher Weise gelöst

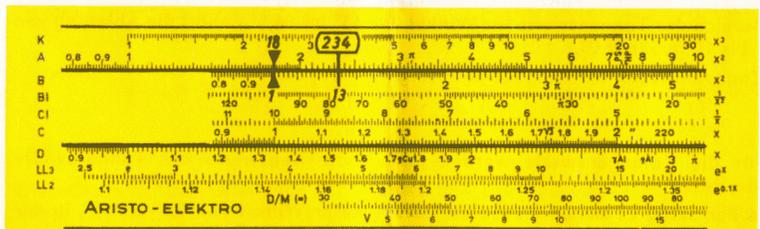


Abb. 16  $18 \cdot 13 = 234$

werden (vgl. Abb. 16 mit Abb. 8), allerdings mit etwas geringerer Genauigkeit, da für die Unterteilung nur die halbe Rechenstablänge zu Verfügung steht. Die nebeneinander angeordneten Skalen haben den Vorteil, daß ein Durchschieben der Zunge grundsätzlich nicht vorkommt.

## 9. Die trigonometrischen Funktionen

Die Skalen S, ST und T werden in Verbindung mit der Grundskala C zur Ermittlung der trigonometrischen Funktionswerte Sinus, Kosinus, Tangens und Kotangens benutzt. Die Winkelskalen sind dezimal unterteilt.

Wird ein Winkel in der Skala S, ST oder T unter dem Indexstrich im rückseitig eingelassenen Fenster eingestellt, dann steht der Wert der entsprechenden trigonometrischen Funktion in Skala C über dem Teilungsende 10 der Skala D auf der Vorderseite. Im umgekehrten Rechengang wird zu einem in Skala C eingestellten Funktionswert der zugehörige Winkel in den Skalen S, ST oder T abgelesen.

Der Rechenstab gibt nur die Funktionen für Winkel im ersten Quadranten. Zur Reduktion beliebiger Winkel auf den ersten Quadranten sind die Beziehungen der Winkelfunktionen in einer Tabelle zusammengestellt.

	$\pm \alpha$	$90^\circ \pm \alpha$	$180^\circ \pm \alpha$	$270^\circ \pm \alpha$
sin	$\pm \sin \alpha$	$+\cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$
cos	$+\cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\pm \sin \alpha$
tan	$\pm \tan \alpha$	$\mp \cot \alpha$	$\pm \tan \alpha$	$\mp \cot \alpha$
cot	$\pm \cot \alpha$	$\mp \tan \alpha$	$\pm \cot \alpha$	$\mp \tan \alpha$

### 9.1 Die Skalen S und T

Die Sinusskala S ist für Winkel von  $5,5^\circ$  bis  $90^\circ$ , die Tangensskala T ist für Winkel von  $5,5^\circ$  bis  $45^\circ$  beziffert. Die Funktionswerte der Winkel werden auf der Skala C abgelesen und beginnen mit 0,...

Der Kosinus eines Winkels wird als Sinus des Komplementwinkels unter dem Index eingestellt nach der Beziehung:

$$\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$$

Die Kosinuswerte werden in Skala C abgelesen und beginnen mit 0,...

Beispiel: (Abb. 17)  $\sin 60^\circ = 0,866$

$$\cos 30^\circ = \sin(90^\circ - 30^\circ) = \sin 60^\circ = 0,866$$

Die Tangensskala T hat bei  $\tan 45^\circ = 1$  bereits das Ende der Grundskala C erreicht und die Tangenswerte wachsen weiter für Winkel  $> 45^\circ$ . Die Skala T wird für die Winkel  $\alpha > 45^\circ$  rücklaufend benutzt nach der Formel:

$$\tan \alpha = \frac{1}{\tan(90^\circ - \alpha)}$$

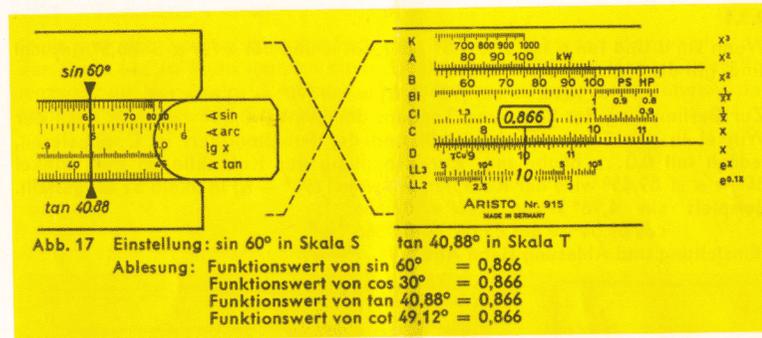
Der Tangenswert von  $\alpha$  wird in Skala C beginnend mit 0, ... abgelesen, in Skala CI wird der Funktionswert von  $\tan(90^\circ - \alpha)$  für  $\alpha > 45^\circ$  gefunden. Zum Bereich der Tangenswerte für Winkel von  $45^\circ$  bis  $84,5^\circ$  gehört die Ablesung von 1 bis 10 in Skala CI.

Zum Aufsuchen der Kotangenswerte gilt die Formel

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$

Für die Kotangenswerte werden jeweils die Kehrwerte der Tangenswerte abgelesen.

In der Skala CI stehen die Kotangenswerte der Winkel von  $5,5^\circ$  bis  $45^\circ$ , in der Skala C die Funktionswerte der Winkel von  $45^\circ$  bis  $84,5^\circ$ .



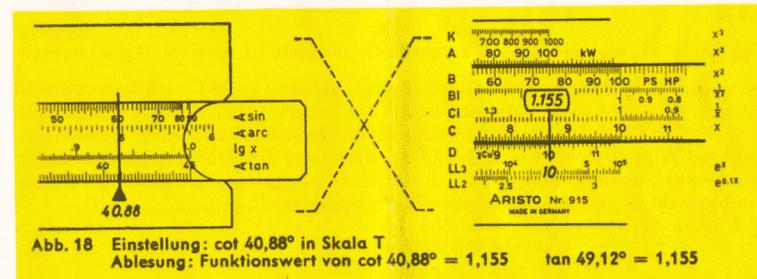
Beispiele (Abb. 17 und 18):

$$\tan 40,88^\circ = 0,866 \quad (\text{in C})$$

$$\tan 49,12^\circ = \frac{1}{\tan(90^\circ - 49,12^\circ)} = \frac{1}{\tan 40,88^\circ} = \frac{1}{0,866} = 1,155 \quad (\text{in CI})$$

$$\cot 40,88^\circ = \frac{1}{\tan 40,88^\circ} = \frac{1}{0,866} = 1,155 \quad (\text{in CI})$$

$$\cot 49,12^\circ = \tan(90^\circ - 49,12^\circ) = \tan 40,88^\circ = 0,866 \quad (\text{in C})$$



### 9.2 Tabelle zum Einstellen und Ablesen der trigonometrischen Funktionen in Skala S und T

Funktion	Winkelbereich	Einstellen des Winkels	Funktionswert	
			Ablesen in Skala	Bereich
sin	$5,5^\circ - 90^\circ$	$\alpha$	C	0, ... bis 1,0
cos	$0^\circ - 84,5^\circ$	$(90^\circ - \alpha)$	C	0, ... bis 1,0
tan	$5,5^\circ - 45^\circ$	$\alpha$	C	0, ... bis 1,0
	$45^\circ - 84,5^\circ$	$(90^\circ - \alpha)$	CI	1 bis 10
cot	$5,5^\circ - 45^\circ$	$\alpha$	CI	1 bis 10
	$45^\circ - 84,5^\circ$	$(90^\circ - \alpha)$	C	0, ... bis 1,0

### 9.3 Die Skala ST

Diese Skala ist eine Fortsetzung der Skalen S und T für Winkel, deren Funktionswerte zwischen 0,01 und 0,1 liegen, sie erfüllt aber gleichzeitig die wichtige Aufgabe der Umrechnung vom Gradmaß ins Radianmaß.



### 10.3 Wurzeln $y = \sqrt[x]{a}$

In umgekehrter Ablesefolge berechnet man Wurzelausdrücke mit beliebigen Wurzelexponenten.

Wurzeln werden entweder analog zur Division mit den Grundskalen gerechnet, indem der Radikand in Skala LL und der Wurzelexponent in Skala C übereinandergestellt werden und das Ergebnis unter dem Skalenanfang oder -ende der Skala C in Skala LL abgelesen wird (Abb. 23), oder die Wurzel wird als Potenz  $y = a^{1/x}$  geschrieben, so daß wieder eine Potenzaufgabe vorliegt. In diesem Falle wird die Basis a mit dem Zungenindex 1 oder 10 auf Skala LL eingestellt, und unter dem in CI eingestellten Exponenten in LL (Abb. 24).

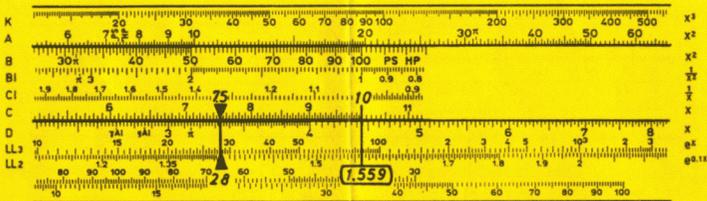


Abb. 23  $\sqrt[28]{7,5} = 1,559$

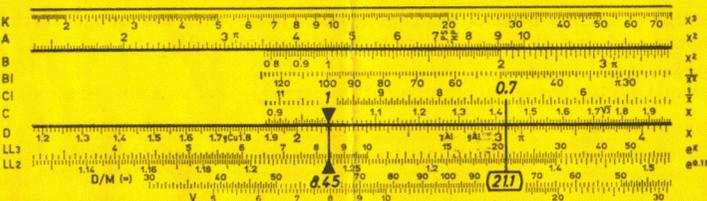


Abb. 24  $\sqrt[0,7]{8,45} = 8,45^{0,7} = 21,1$

### 10.4 Logarithmen

Die Logarithmen ergeben sich aus der Umkehrung der Potenzbildung.

$$y = a^x \quad x = \log_a y$$

Damit ist die Bestimmung des Logarithmus gleichbedeutend mit einer Potenzaufgabe, bei welcher der Exponent gesucht wird.

Der Skalenanfang der Zungenteilung C wird mit Hilfe des Läufers über die Basis a in Skala LL gestellt, dann wird der Läufer nach y in Skala LL gebracht und x in Skala C abgelesen. (Abb. 25)

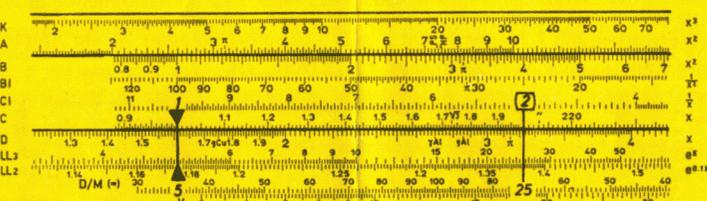


Abb. 25  $\log_5 25 = 2,0$

Natürliche Logarithmen einer in Skala LL eingestellten Zahl werden direkt in Skala D abgelesen, weil die Basis e laut Konstruktion der Exponentialskala immer unter dem Skalenanfang von D steht (Abb. 26).

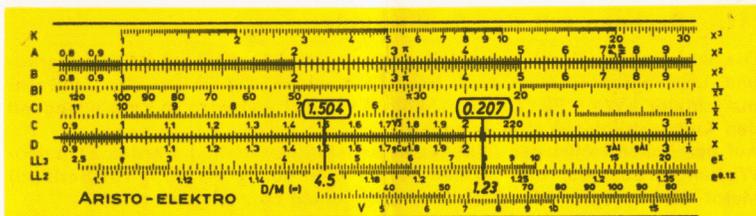


Abb. 26  $\ln 4,5 = 1,504 \quad \ln 1,23 = 0,207$

Dekadische Logarithmen werden in Skala C abgelesen, wenn die Basis 10 auf LL3 eingestellt ist (Abb. 27).



Abb. 27  $\lg 4,2 = 0,623$

Über jedem Numerus in Skala LL steht dann der Logarithmus in Skala C. Die dekadischen Logarithmen können aber auch der Mantisseinteilung L (Rückseite der Zunge) entnommen werden. Die Kennziffer wird dann wie üblich nach der Regel „Stellenzahl minus eins“ gebildet und zur Mantisse addiert. Man schiebt den Numerus auf Skala C über die 10 der Skala D und liest die Mantisse im Indexfenster auf der Skala L ab (Abb. 28).

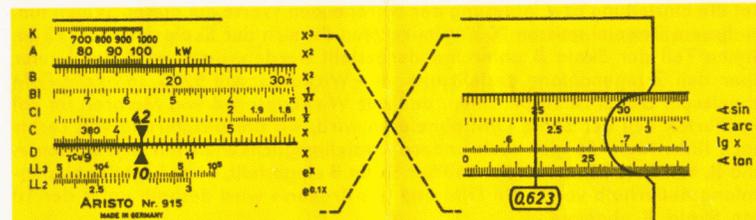


Abb. 28  $\lg 4,2 = 0,623$

Steckt man die Zunge um und bringt sie in die Nullstellung, kann man durch Verschieben des Läufers die Mantisse zu jedem Numerus unmittelbar ablesen (Abb. 29).

In umgekehrter Ablesefolge erhält man zu jedem Logarithmus den Numerus.

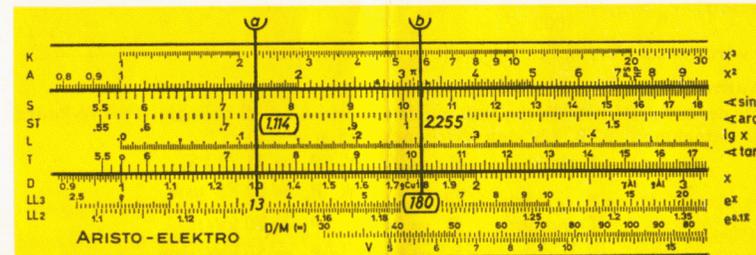


Abb. 29  $\lg 13 = 1,114 \quad \text{num. } 2,255 = 180$

## 11. Rechnen mit den Sonderskalen

Die Skala mit der Bezeichnung D/M (Dynamo/Motor) dient zur Wirkungsgrad- und Leistungsberechnung elektrischer Maschinen. Sie ist um den Umrechnungsfaktor  $kW \leftrightarrow PS$  (736) zur Skala A versetzt und wird in Verbindung mit den Quadratskalen A und B benutzt.

Auf der linken Hälfte der D/M-Skala (von 30% bis 100%) werden Dynamo-Wirkungsgrade, auf der rechten Hälfte (von 100% bis 30% rot beziffert) Motor-Wirkungsgrade für Gleichstrom eingestellt oder abgelesen.

### 11.1 Anwendung der Skala D/M

Es ist der Wirkungsgrad  $\eta$  eines **Gleichstrom-Motors** zu ermitteln, dessen aufgenommene Leistung  $P_i = 20 \text{ kW}$  und dessen abgegebene Leistung  $P_a = 25 \text{ PS}$  ist.

$$\text{Gesetz: } \eta = \frac{P_a \cdot 736}{P_i \cdot 1000} = \frac{25 \cdot 736}{20 \cdot 1000} = 0,92$$



Die Bezeichnung „kW“ und „PS“ am rechten Ende der Skalen A und B weisen auf die Einstellung bzw. Ablesung der betreffenden Werte auf diesen Skalen hin. In diesem Beispiel müssen 20 kW im rechten Bereich der Skala A und 25 PS im linken Teil der Skala B untereinandergestellt werden, dann wird der Läufer über den Zungenanfang gestellt und der Wirkungsgrad 92% in Skala D/M abgelesen. Dabei ist zu beachten, daß der Wirkungsgrad von Motoren im rot bezifferten Teil der Skala D/M abgelesen wird, wo die Bezifferung von rechts nach links läuft. Es gibt auch andere Einstellmöglichkeiten mit den Skalen A und B. Wird die 25 im rechten Teil der Skala B eingestellt, dann liegt der Skalenanfang außerhalb von Skala D/M und das Ergebnis wird deshalb unter der 10 von Skala B abgelesen.

#### Beispiel:

Die elektrische Leistung  $P_e$  eines **Gleichstrom-Dynamos** ist zu ermitteln, dessen zugeführte Leistung  $P_z = 30 \text{ PS}$  und dessen Wirkungsgrad  $\eta = 0,8$  (80%) beträgt.

$$\text{Gesetz: } P_e = \frac{P_z \cdot \eta \cdot 736}{1000} = \frac{30 \cdot 0,8 \cdot 736}{1000} = 17,7 \text{ kW}$$

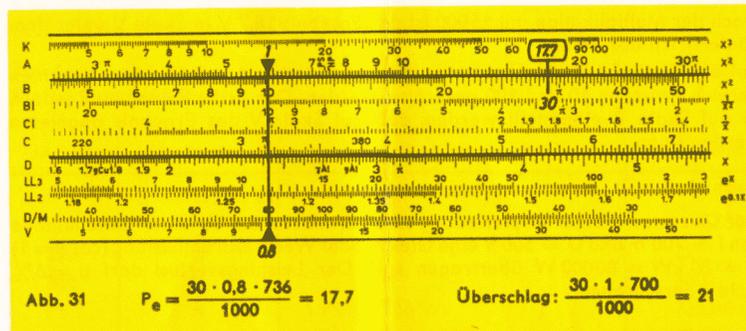
$\eta$  wird im schwarzen Teil der Teilung D/M eingestellt.

#### Anmerkung:

Für den eingestellten Wert  $\eta$  sind auf den Skalen A und B beliebige PS/kW-Paare zu entnehmen, z. B. für den Wirkungsgrad  $\eta = 0,8$ :

Motor:  $P_i = 20 \text{ kW}$ ,  $P_a = 21,75 \text{ PS}$ ;  
 $P_i = 57 \text{ kW}$ ,  $P_a = 62 \text{ PS}$  usw.

Dynamo:  $P_z = 34 \text{ PS}$ ,  $P_e = 20 \text{ kW}$ ;  
 $P_z = 85 \text{ PS}$ ,  $P_e = 50 \text{ kW}$  usw.



Bei  $\eta = 1$  (100%) erscheinen die theoretischen Gleichwerte von PS und kW als Tabellenstellung auf den Skalen A und B. Der Anfang der Zungenskala B steht dann der Marke PS auf A gegenüber.

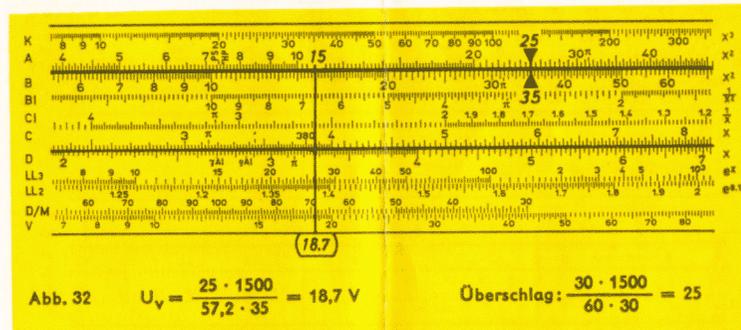
### 11.2 Anwendungen der Skala V

Zur Berechnung von Spannungsverlusten und Leitungsquerschnitten dient die Volt-Skala V, die um den Wert 57,2 zu den Quadratskalen A und B versetzt ist.

#### Beispiel:

Der Gleich- oder Wechselspannungsverlust  $U_v$  ( $\cos \varphi = 1$ ) auf einer Kupferleitung ( $\alpha = 57,2 \frac{\text{m}}{\Omega \text{ mm}^2}$ ) von  $l = 1500 \text{ m}$  Länge bei dem Leiterquerschnitt  $q = 35 \text{ mm}^2$  und der Belastung von  $I = 25 \text{ A}$  ist zu ermitteln.

$$\text{Gesetz: } U_v = \frac{I \cdot l}{\alpha \cdot q}$$



Das gemischte Produkt  $\frac{I \cdot l}{q}$  wird mit den Skalen A/B (vgl. Kap. 5) berechnet; beim Übergang von Skala A zur Skala V wird der spezifische Leitwert  $\alpha$  berücksichtigt. Im rechten Bereich der Skalen A/B wird die Division 25 : 35 ausgeführt.

Nach der Multiplikation mit 15000 ist das Ergebnis 18,7 V in Skala V unter dem Läuferstrich abzulesen.

Auf den Skalen A/B kann im linken Bereich zwischen 1 und 10 oder im rechten Bereich zwischen 10 und 100 gerechnet werden. Der dritte Faktor muß jedoch so auf Skala B eingestellt werden, daß auf Skala V das Ergebnis abgelesen werden kann.

Beispiel:

Der Querschnitt einer Kupferleitung ist zu ermitteln, die bei einer Gesamtlänge von  $l = 700$  m und  $U = 500$  V eine Gleich- oder Wechselstromleistung ( $\cos \varphi = 1$ )  $P = 80$  kW = 80000 W übertragen soll. Der Leistungsverlust darf  $p = 6\%$  nicht überschreiten.

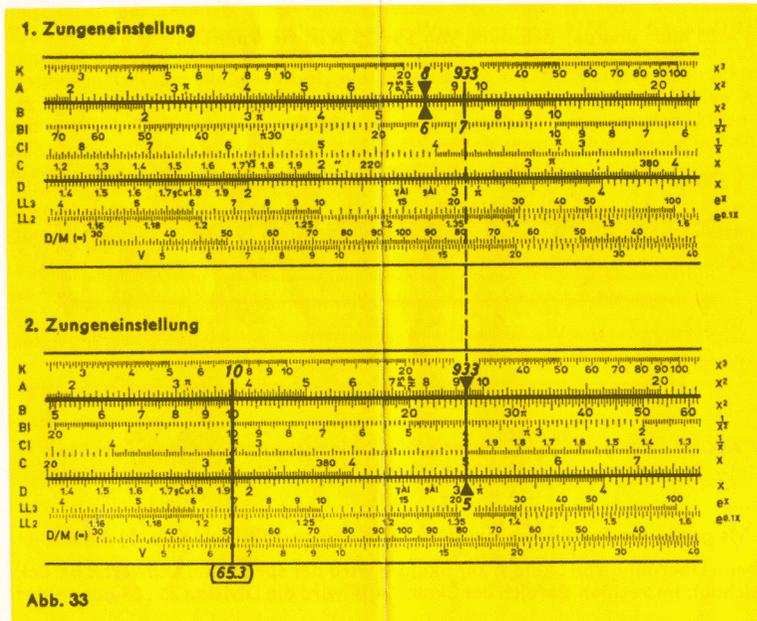
$$\text{Gesetz: } q = \frac{P \cdot l}{\kappa \cdot \frac{P}{100} \cdot U^2}$$

$$\text{Beispiel: } q = \frac{80000 \cdot 700}{57,2 \cdot 0,06 \cdot 500^2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 10^4}{57,2 \cdot 6 \cdot 5^2} = 65,3 \text{ mm}^2$$

$$\text{Überschlag: } \frac{8 \cdot 7 \cdot 10^4}{56 \cdot 1,5 \cdot 10^2} = \frac{100}{1,5} \approx 66$$

In der ersten Zungenstellung wird das Zwischenergebnis der Rechnung  $\frac{8}{6} \cdot 7$

mit dem Läufer festgehalten, dann wird der Wert 5 in Skala C und damit  $5^2$  in Skala B unter den Läuferstrich gebracht. Der Faktor  $\kappa = 57,2$  wird beim Übergang zur V-Skala berücksichtigt.



## 12. Die Marken und ihre Anwendung

Für Sonderrechnungen und häufig wiederkehrende Zahlenwerte sind folgende Marken angebracht:

Marke	in Skala	Bedeutung	Zahlenwert
$\pi$	A, B, C, D, BI, CI	—	3,142
$\sqrt{3}$	C	—	1,732
220	C	—	220
380	C	—	380
PS	A	1 PS $\approx$ 736 W	735,36
HP	A	1 HP $\approx$ 746 W	745,56
$\rho_{Cu}$	D	spez. Widerstand von Kupfer	0,0175
$\gamma_{Cu}$	D	spez. Gewicht von Kupfer	8,9
$\rho_{Al}$	D	spez. Widerstand von Aluminium	0,029
$\gamma_{Al}$	D	spez. Gewicht von Aluminium	2,7
'	C	$\frac{180}{\pi} \cdot 60$	3438
"	C	$\frac{180}{\pi} \cdot 60 \cdot 60$	20625

Die Bedeutung der Marken als Faktoren ist durch die Angaben in der Tabelle klargestellt. Die Marke HP gilt für das angelsächsische System und wird wie die PS-Marke benutzt.

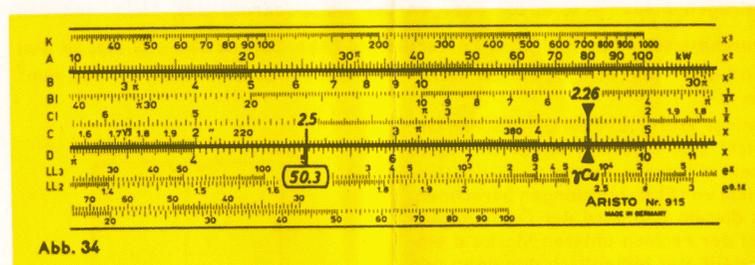
### 12.1 Anwendung der Marken $\gamma_{Cu}$ und $\gamma_{Al}$

Zur Berechnung des Gewichtes einer Kupferleitung gilt die Formel  $G = \gamma_{Cu} \cdot q \cdot l$ .

Wird der Querschnitt  $q$  in  $\text{mm}^2$  und die Länge  $l$  in Metern angegeben, so erhält man das Gewicht in Pond.

Eine 2,5 m lange Kupferleitung mit dem Querschnitt  $q = 2,26 \text{ mm}^2$  wiegt

$$G = \gamma_{Cu} \cdot 2,26 \cdot 2,5 = 50,3 \text{ p.}$$



Zuerst wird  $\gamma_{Cu}$  mit dem Läufer eingestellt, dann, wie in Kap. 5 angegeben, der 2. Faktor 2,26 auf Skala CI unter den Läuferstrich gebracht. Unter 2,5 in Skala C steht das Ergebnis 50,3 p in Skala D.

Soll die gleiche Rechnung für eine Aluminiumleitung durchgeführt werden, benutzt man die Marke  $\gamma_{Al}$  und erhält  $G = 15,25 \text{ p}$ .

