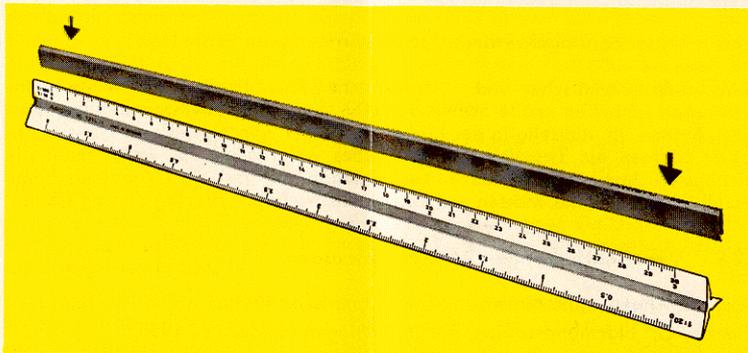


ARISTO

ARISTO-Dreikant-Maßstäbe mit Griffleiste

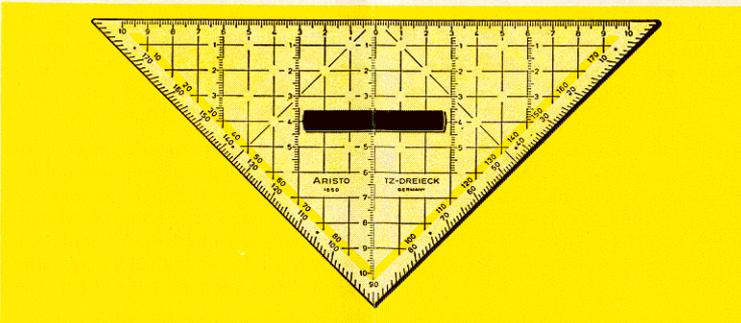
Bei allen ihren Vorzügen wiesen Dreikant-Maßstäbe bisher einen Nachteil auf. Nimmt man sie zur Hand, so wird viel Zeit damit verbracht, durch Drehen und Wenden die gewünschte Teilung zu finden. Dieses Problem hat ARISTO erfolgreich gelöst.

ARISTO-Dreikant-Maßstäbe erhalten ohne Mehrpreis eine durchgehende, aufsteckbare und zweifarbige Griffleiste, die auf einen Blick die gesuchte Teilung erkennen läßt. Die sanfte Wölbung der Griffleiste „entschärft“ auch die obenliegende Facette, deren Kante sich beim Arbeiten unangenehm in die Hand drückt.



ARISTO-TZ-Dreieck

Das praktische Zeichendreieck mit den unerschöpflichen Anwendungsmöglichkeiten wird aus unzerbrechlichem, maßbeständigem und transparentem ARISTOPAL gefertigt. Millimeter-Teilungen senkrecht zur Hypotenuse und das 1-cm-Gitternetz erleichtern das Schraffieren, das Zeichnen von Parallelen, symmetrischen Figuren, rechten Winkeln sowie das Auftragen und Ablesen rechtwinkliger Koordinaten. Die Winkelteilung ist in 360° oder 400° lieferbar.



ARISTO-PRODUKTIONSPROGRAMM

Rechenstäbe · Rechenscheiben · Maßstäbe · Zeichengeräte
Planimeter · Schichtgravurgeräte
Manuelle und numerisch gesteuerte Koordinatographen

Verlangen Sie von Ihrem Fachhändler unsere ausführlichen Einzelprospekte

ARISTO-WERKE · DENNERT & PAPE KG
2 HAMBURG 50

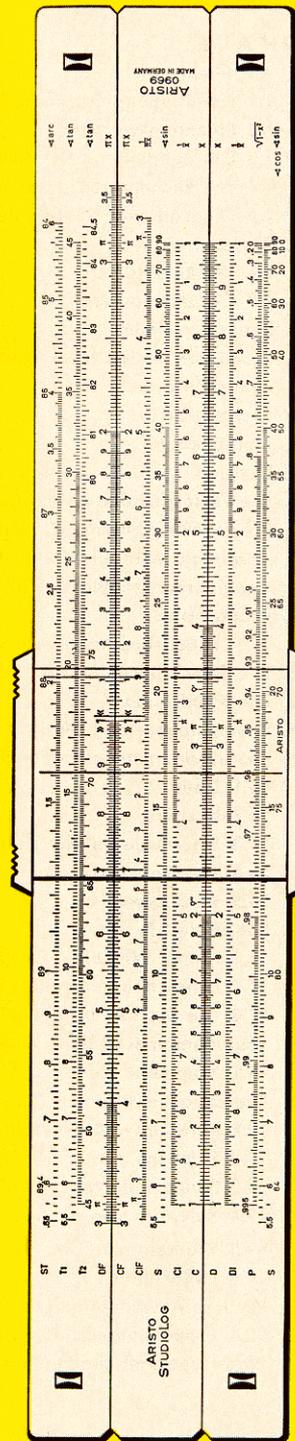
ANLEITUNG ZUM RECHENSTAB

ARISTO

STUDIOLOG

869 · 0969

Normzahlen-Maßstab 1364



INHALT

1. Allgemeines	
1.1 Handhabung des Rechenstabes	4
1.2 Eigentumsvermerk	4
1.3 Die Behandlung des ARISTO-Rechenstabes	5
1.4 Die Rechenstabänder 772	5
1.5 Diagrammdarstellung der Beispiele	5
2. Skalenanordnung	6
2.1 Winkelseite	6
2.2 Exponentialseite	7
3. Lesen der Skalen	8
4. Lesen der Skalen beim Taschenrechenstab	9
5. Überschlagsrechnung	9
6. Rechenprinzip	10
7. Multiplikation	11
8. Division	11
9. Die versetzten Skalen CF und DF	12
9.1 Direkte Ablesung von Multiplikationen und Divisionen mit der Zahl π	12
10. Vereinigte Multiplikation und Division	12
11. Die Kehrwertskalen CI, CIF und DI	13
12. Proportionen	14
12.1 Tabellenrechnung ohne „Durchschieben“ der Zunge	15
13. Die Quadratskalen A, B und BI	16
14. Die Kubikskala K	16
15. Die pythagoreische Skala P	17
16. Die trigonometrischen Funktionen	17
16.1 Sinus	18
16.2 Kosinus	18
16.3 Sinusskala auf der Zunge	18
16.4 Tangens	18
16.5 Kotangens	19
17. Die Skala ST	19
17.1 Kleine Winkel — Große Winkel	19
17.2 Umrechnung Gradmaß \leftrightarrow Bogenmaß	20
17.3 Die Marken g' und g''	20
18. Trigonometrische Berechnung ebener Dreiecke	21
18.1 Komplexe Zahlen	23
19. Die Exponentialskalen	23
19.1 Potenzen und Wurzeln mit den Exponenten 10 und 100	23
19.2 Potenzen $y = a^x$	24
19.3 Sonderfälle von $y = a^x$	25
19.4 Potenzen $y = e^x$	26
19.5 Wurzeln $a = \sqrt[x]{y}$	27
19.6 Logarithmen	27
20. Weitere Anwendungen der Exponentialskalen	29
20.1 Proportionsrechnung mit den Exponentialskalen	29
20.2 Hyperbolische Funktionen	31

21. Der Läufer und seine Marken	32
21.1 Die Marke 36	32
21.2 Die Marken 2π	32
21.3 Kreisflächen, Gewicht von Flußstahlstangen	33
21.4 Die Marken kW und PS	33
21.5 Abnehmen des Läufers	33
21.6 Justieren des Läufers	34
22. Der Normzahlen-Maßstab 1364	34
22.1 Aufbau der Normzahlen-Skala	34
22.2 Zweck der NZ-Skala	34
22.3 Logarithmische Maßstäbe	35
22.4 Umrechnungsfaktoren für nichtmetrische Einheiten	35
22.5 Veröffentlichungen über Normzahlen	35

1. Allgemeines

Diese Gebrauchsanleitung gibt Auskunft über die Skalen des Rechenstabes, ihre Bereiche und ihren Verwendungszweck. Es wird erklärt, wie mit den Skalen gerechnet wird und welche Beziehungen untereinander bestehen. Für jede Skala sind Beispiele angegeben, um das Prinzip zu erläutern. Wie in einer Formelsammlung ist das wichtigste zusammengestellt.

Zum Stabrechnen gehört Übung! Für Übungen und ausführliche Erläuterungen empfehlen wir die Lehrbücher:

Hassenpflug: Der Rechenstab ARISTO-Studio

Marks: Rechenschieber — Schritt für Schritt

Stender/Schuchardt: Der moderne Rechenstab

1.1 Handhabung des Rechenstabes

Zum Rechnen wird der Rechenstab am besten in die Hand genommen und so zum Licht gedreht, daß der Läuferstrich keine Schatten werfen kann. Das Einstellen der Zunge erfolgt am genauesten durch Druck und Gegendruck. Mit der einen Hand wird das herausragende Zungenende mit Daumen und Zeigefinger dicht hinter dem Rechenstabskörper umfaßt, so daß durch Bewegungen der Finger bei gleichzeitigem Abstützen gegen den Stabkörper Zug und Druckbewegungen möglich sind. Mit der anderen Hand wird die obere Leiste des Rechenstabskörpers so umfaßt, daß die Daumenspitze einen Gegendruck auf das Zungenende ausüben kann.

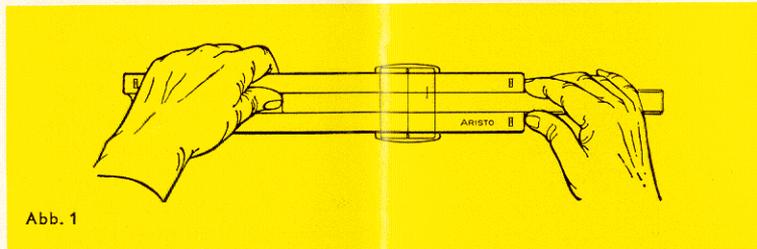


Abb. 1

Das Einstellen des Läufers kann mit einer Hand vorgenommen werden, genauer und schneller aber mit Daumen und Zeigefinger beider Hände. Damit der Läufer nicht verkantet und der Läuferstrich immer senkrecht zu den Teilungen geführt wird, soll die Führungskante des Läufers, die der Läuferfeder gegenüber liegt, leicht gegen die Stabkante gedrückt werden.

1.2 Eigentumsvermerk

Im Etui befindet sich unter dem ARISTO-Normzahlen-Maßstab 1364 ein transparenter Einsatz, der als Fach für den Maßstab dient. Das darunter eingeschobene Kärtchen kann nach Aufbiegen der transparenten Lasche herausgenommen und mit dem Namen beschrieben werden.

1.3 Die Behandlung des ARISTO-Rechenstabes

Der Rechenstab ist ein wertvolles Rechenhilfsmittel und braucht eine pflegliche Behandlung. Die Skalen und der Läufer sind vor Verschmutzung und Kratzern zu schützen, damit die Ablesegenauigkeit nicht beeinträchtigt wird.

Es empfiehlt sich, den Rechenstab von Zeit zu Zeit mit dem Spezialreinigungsmittel DEPAROL zu reinigen und trocken nachzupolieren. Keinesfalls dürfen irgendwelche Chemikalien verwendet werden, da diese die Teilung zerstören können.

Der Rechenstab ist vor Plastik-Radierern und ihren Abriebprodukten zu schützen, da diese die Oberfläche des ARISTOPAL beschädigen können. Ferner ist eine Lagerung an heißen Plätzen, z. B. auf Heizkörpern oder in praller Sonne, zu vermeiden, da bei höheren Hitzegraden als etwa 60°C Verformungen auftreten. Für derart beschädigte Rechenstäbe wird kein Ersatz geleistet.

1.4 Die Rechenstabständer Nr. 772

(nur für 0969)

Die dem ARISTO-StudioLog 0969 beigegebenen Rechenstabständer Nr. 772 werden seitlich auf den Rechenstab aufgesteckt und geben beiden Seiten eine erhöhte und schräge, d. h. ablesegünstige Stellung auf dem Schreibtisch. Dadurch sind die Skalen, wenn der Rechenstab z. B. bei Tabellenrechnungen auf dem Tisch liegt, gut überschaubar. Die erhöhte Lage des Rechenstabes erlaubt insbesondere eine freie Beweglichkeit für Lupenläufer.

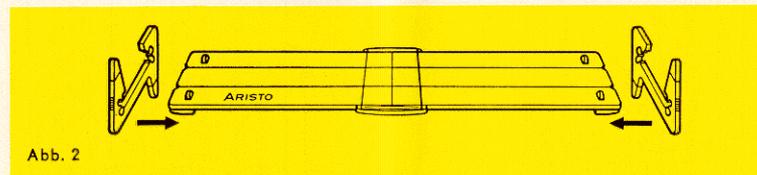


Abb. 2

Beim seitlichen Aufstecken der Rechenstabständer wird die Winkelseite des ARISTO-StudioLog nach oben gedreht. Die Ständer werden dann so auf die Stege des Rechenstabes geschoben, daß die Riefelung dem Benutzer sichtbar ist und die Nocken der Ständer in die Nut der Verbindungsstege einrasten können.

1.5 Diagrammdarstellung der Beispiele

Im folgenden soll eine abgekürzte Darstellungsweise der Beispiele angewendet werden, die den Lösungsweg und die Reihenfolge der Einstellungen besser angibt als die übliche Abbildung des Rechenstabes. Die Skalen werden durch parallele Linien angedeutet, an deren Ende die Benennung steht. Folgende Symbole ermöglichen das Lesen der Diagramme:

Anfangseinstellung

Jede weitere Einstellung

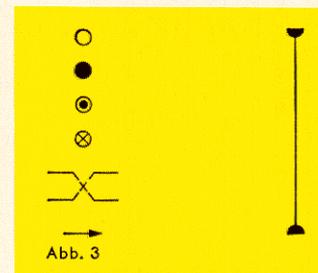
Endergebnis

Einstellung oder Ablesung eines Zwischenergebnisses

Wenden des Rechenstabes

Pfeile geben die Reihenfolge und Bewegungsrichtung an

Ein senkrechter Strich stellt den Läufer dar



2. Skalenanordnung

2.1 Winkelseite

ST	Tangens, Sinus- und arc-Skala für Winkel von 0,55° bis 6°	$\overset{\circ}{\curvearrowright}$ arc
T1	Tangensskala für Winkel von 5,5° bis 45°	$\overset{\circ}{\curvearrowright}$ tan
T2	Tangensskala für Winkel von 45° bis 84,5°	$\overset{\circ}{\curvearrowright}$ tan
DF	Um π versetzte Grundskala	πx
CF	Um π versetzte Grundskala	$1/\pi x$
ClF	Kehrwertskala zu CF	$\overset{\circ}{\curvearrowright}$ sin
S	Sinusskala für Winkel von 5,5 bis 90°	$1/x$
Cl	Kehrwertskala zu C	x
C	Grundskala	$1/x$
D	Grundskala	$1/\sqrt{1-x^2}$
DI	Kehrwertskala zu D	$\overset{\circ}{\curvearrowright}$ sin
P	Pythagoreische Skala	$\overset{\circ}{\curvearrowright}$ cos
S	Sinusskala von 0° bis 84,5° für Kosinus rot beziffert rücklaufend von 0° bis 84,5°	

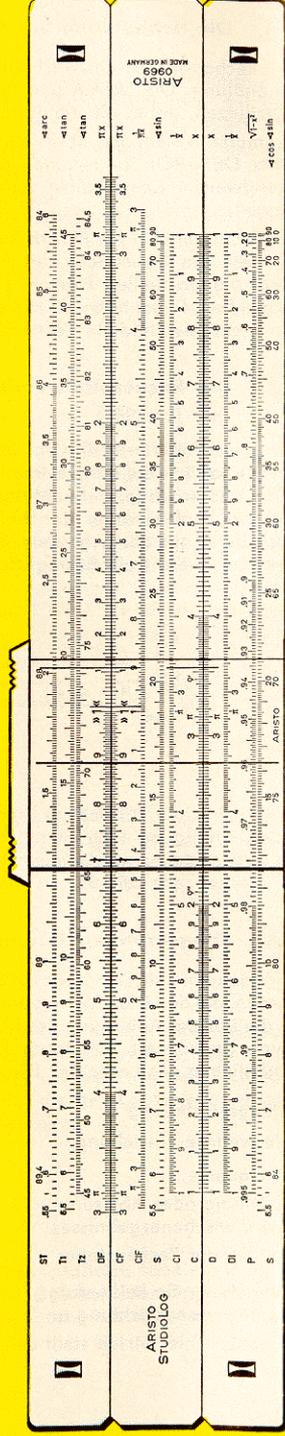


Abb. 4 Winkelseite

2.2 Exponentialseite

LL00	Exponentialskala, Bereich 0,999 bis 0,989	$e^{-0,001x}$	Auf dem Körper
LL01	0,99 bis 0,90	$e^{-0,01x}$	
LL02	0,91 bis 0,35	e^{-x}	
LL03	0,4 bis 0,00001	x^2	Auf der Zunge
A	Quadratskala	x^2	
B	Quadratskala	$1/x^2$	
Bl	Kehrwertskala zu B	x^3	
K	Kubikskala	lg x	
L	Mantissenskala	$1/x$	Auf dem Körper
Cl	Kehrwertskala zu C	x	
C	Grundskala	x	
D	Grundskala	e^x	
LL3	Exponentialskala, Bereich 2,5 bis 100000	$e^{0,1x}$	
LL2	1,1 bis 3,0	$e^{0,01x}$	Auf dem Körper
LL1	1,01 bis 1,11	$e^{0,001x}$	
LL0	1,001 bis 1,011		

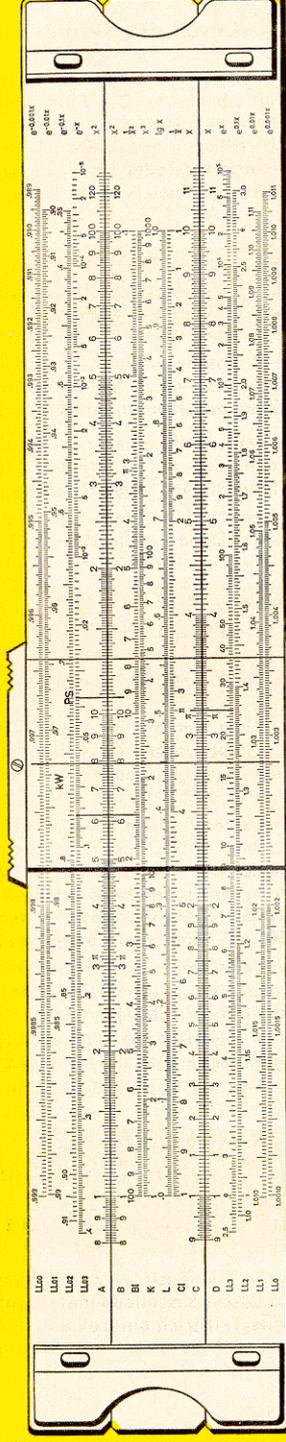


Abb. 5 Exponentialseite

Einige Regeln für Überschlagsrechnungen:

Zahlenwerte stark abrunden!

z. B. $3,43 \approx 3$ $9,51 \approx 10$ $7,61 \approx 8$ $0,76 \approx 1$

Bei Multiplikationen den einen Faktor aufrunden, den anderen abrunden!

z. B. $8,92 \cdot 127 \approx 10 \cdot 120 \approx 1200$
 $2,19 \cdot 9830 \approx 2 \cdot 10000 \approx 20000$

Divisionen durch Kürzen vereinfachen!

Zähler und Nenner möglichst in der gleichen Richtung abrunden, aber bequemes Kürzen hat Vorrang. Die Regeln für das Runden von Zahlen nach Normblatt DIN 1333 sind für die Überschlagsrechnung bedeutungslos.

z. B. $\frac{725}{539} = \frac{7,25}{5,39} \approx \frac{7}{5} \approx 1,4$

$\frac{640 \cdot 15,3}{51 \cdot 0,8} \approx \frac{60 \cdot 20}{5 \cdot 1} \approx 240$

Das Abspalten von Zehnerpotenzen erleichtert das Rechnen mit sehr großen oder sehr kleinen Zahlenwerten.

z. B. $73215 \approx 7 \cdot 10^4$ $0,0078 \approx 8 \cdot 10^{-3}$
 $889 \approx 9 \cdot 10^2$ $0,706 \approx 7 \cdot 10^{-1}$

Beim Multiplizieren bzw. Dividieren mit sehr großen und sehr kleinen Zahlenwerten gewährleistet das Abspalten von Zehnerpotenzen eine bessere Übersichtlichkeit!

z. B. $0,07325 \cdot 0,000513 \approx 8 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \approx 40 \cdot 10^{-6} \approx 4 \cdot 10^{-5}$

$\frac{2950}{0,00598} \approx \frac{3 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^{-3}} \approx 0,5 \cdot 10^6$

Aber $\frac{2950}{598} \approx \frac{3000}{600} \approx \frac{30}{6} = 5$ und $7325 \cdot 0,005 \approx 7 \cdot 5 = 35$

6. Rechenprinzip

Gerechnet wird derart, daß Strecken mechanisch addiert oder subtrahiert werden. Auf einfachste Weise kann die Rechenmethode an Hand zweier gegenüber verschiebbarer Millimeter-Maßstäbe erklärt werden.

Abb. 11 zeigt das Beispiel $2 + 3 = 5$. Wenn der Anfang 0 des oberen Maßstabes über den Wert 2 des unteren Maßstabes gelegt wird, kann zu dieser eingestellten Strecke 2 mit Hilfe der oberen Skala beispielsweise die Strecke 3 addiert werden. Unter der 3 des oberen Maßstabes steht das Ergebnis 5 in dem unteren Maßstab. In der Abb. 11 könnte ebenfalls abgelesen werden $2 + 1 = 3$ oder $20 + 15 = 35$, wenn die Millimeter abgezählt werden.

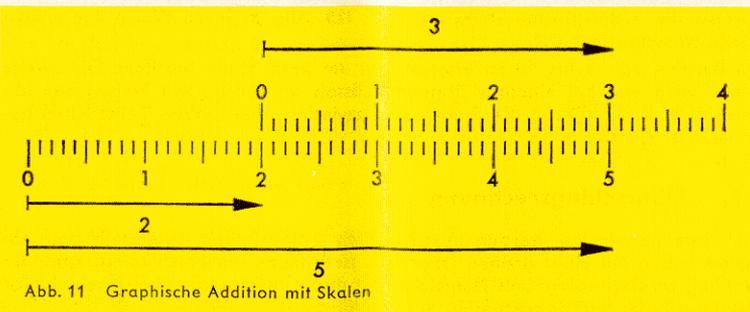


Abb. 11 Graphische Addition mit Skalen

Auch die Subtraktion $5 - 3 = 2$ läßt sich aus der Abb. 11 ablesen, der Vorgang wird dann nur umgekehrt. Von der Strecke 5 der unteren Skala wird die Strecke 3 der oberen Skala abgezogen, dazu werden die Werte 5 und 3 übereinandergestellt und unter dem Anfang der oberen Skala steht das Ergebnis 2 in der unteren Skala.

Beim Rechenstab befinden sich die Teilungen auf einem festen Körper und auf einer darin verschiebbaren Zunge. Die Eigenart des Rechenstabes besteht darin, daß logarithmisch geteilte Skalen aufgetragen sind. Die graphische Addition zweier Strecken ergibt damit eine Multiplikation, und die Subtraktion wird zur Division.

7. Multiplikation

(Zwei Strecken werden addiert)

Der Zungenanfang 1 der Skala C wird über den Wert 18 von D gestellt. Durch Verschieben des Läufers zum Wert 13 der Skala C wird die Strecke 13 zur Strecke 18 addiert, und das Ergebnis 234 kann unter dem Läuferstrich auf Skala D abgelesen werden. Aus einer groben Überschlagsrechnung etwa $(20 \cdot 10 = 200)$ ergibt sich die Kommastellung.

Zum Ablesen der Aufgabe $18 \cdot 7,8$ wird die Zunge durchgeschoben, d. h. das Skalende der Skala C über 18 in D gestellt. Beim ARISTO-StudioLog läßt sich diese zusätzliche Zungeneinstellung aber vermeiden, wenn man mit dem oberen Skalenpaar CF/DF weiterrechnet.

Die Skalen CF und DF ermöglichen diese vereinfachte Rechnung, weil sie eine Wiederholung der Grundskalen C und D mit dem Unterschied sind, daß ihr Skalenanfang 1 ungefähr in der Mitte des Rechenstabes liegt. Bei der Multiplikation sorgt die 1 der Skala CF dafür, daß automatisch die richtige Anfangsstellung vorgenommen wird und die Zunge nicht mehr als bis zur Hälfte herausragt. Wenn sich z. B. im unteren Skalenpaar die Werte 1 auf Skala C und 18 auf Skala D gegenüberstehen, so ist beim oberen Skalenpaar die gleiche Einstellung ablesbar, nämlich 1 auf Skala CF unter 18 auf Skala DF und folglich kann in beiden Skalenpaaren mit dem Faktor 18 multipliziert werden. Eine Aufgabe wie $3,98 \cdot 2,38$ wird mit den Skalen CF/DF gerechnet, indem die 1 von CF unter 3,98 von DF gestellt wird. Der Läuferstrich wird auf 2,38 in Skala CF gebracht und das Ergebnis 9,47 in Skala DF abgelesen.

8. Division

(Subtraktion zweier Strecken, Umkehrung der Multiplikation)

Der Läuferstrich wird über den Wert 2620 in D gestellt und die Zahl 17,7 der Skala C unter den Läuferstrich geschoben, so daß beide Werte einander gegenüber stehen. Das Ergebnis 148 wird unter dem Zungenanfang der Skala C abgelesen, bei anderen Beispielen gegebenenfalls unter dem Zungenende.

Über der 1 in CF kann das Ergebnis auf der Skala DF natürlich ebenfalls abgelesen werden, weil auch in den Skalen CF/DF die Aufgabe $2620 : 17,7$ eingestellt ist. Bei der Division mit den Skalen CF/DF stehen die Werte wie bei der Bruchschreibweise übereinander.

Dieselbe Zungeneinstellung gilt aber auch für die Multiplikation $148 \cdot 17,7 = 2620$. Der Unterschied zwischen der Multiplikation und Division besteht nur in der

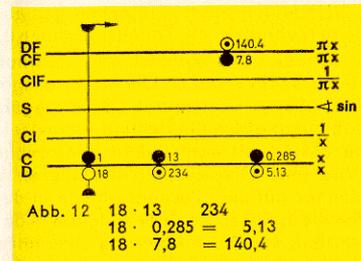


Abb. 12 $18 \cdot 13 = 234$
 $18 \cdot 0,285 = 5,13$
 $18 \cdot 7,8 = 140,4$

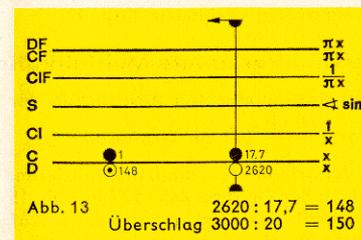


Abb. 13 $2620 : 17,7 = 148$
 Überschlag $3000 : 20 = 150$

Reihenfolge der Einstellungen. Bei der Division wird das Ergebnis jeweils gegenüber dem im Körper befindlichen Skalenanfang oder -ende abgelesen, ein Durchschieben gibt es nicht. Dieser Vorteil wird in den folgenden Kapiteln wiederholt ausgenutzt werden.

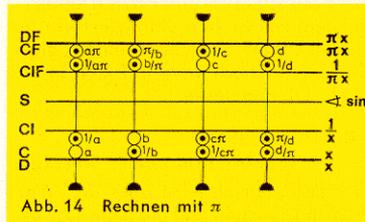
9. Die versetzten Skalen CF und DF

Die Skalen CF und DF sind eine Wiederholung der Grundskalen C und D, gegen diese aber so versetzt, daß $\pi = 3,142$ in CF bzw. DF genau über dem Skalenanfang oder -ende der Grundskalen C bzw. D steht. Ihr Wert 1 liegt etwa in der Rechenstabmitte, so daß mit den versetzten Skalen eine Überteilung der Grundskalen von einer halben Stablänge erzielt wird. Beide Skalenpaare C/D und CF/DF bilden somit eine Arbeitsgemeinschaft, aus der erhebliche Rechenvorteile beim Multiplizieren, Tabellenrechnen und bei Proportionsrechnungen resultieren. Der Index 1 der Skala CF zeigt stets auf den gleichen Wert von DF wie die 1 oder 10 der Skala C auf D. Die bisher ausgeführten Multiplikationen können auch mit dem oberen Skalenpaar CF/DF begonnen werden, und zwar mit dem Vorteil, daß automatisch die richtige Anfangseinstellung gewählt wird. Die Entscheidung, ob besser mit dem linken oder rechten Skalenende begonnen wird, entfällt. Wird eine Division mit den oberen Skalen eingestellt, so stehen Zähler und Nenner auf dem Rechenstab wie in der Bruchschreibweise übereinander. Kann das Ergebnis einer Aufgabe in dem einen Skalenpaar nicht mehr abgelesen werden, so ist die Ablesung stets im anderen möglich, ein Durchschieben der Zunge gibt es nicht. Die gelben Farbstreifen auf der Zunge sollen daran erinnern, daß die Faktoren auf den beweglichen Zungenskalen C und CF eingestellt werden und das Ergebnis auf D unter C oder auf DF über CF abgelesen wird.

9.1 Direkte Ablesung von Multiplikationen und Divisionen mit der Zahl π

Da die Skalen CF und DF um den Wert π versetzt sind, ergibt sich der weitere Vorteil, daß beim Übergang von D nach DF bzw. C nach CF eine Multiplikation und in der umgekehrten Richtung eine Division mit π ausgeführt wird. Wenn z. B. der Durchmesser d auf Skala D mit dem Läuferstrich eingestellt wird, kann darüber auf der Skala DF der Kreisumfang $U = \pi \cdot d$ abgelesen werden. Ähnlich berechnet man die Kreisfrequenz $\omega = 2 \pi f$, wenn $2f$ in D eingestellt wird.

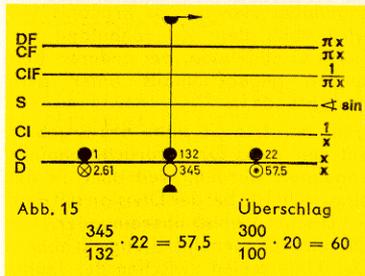
Bei allen Aufgaben, die den Faktor π enthalten, wird dieser bei der letzten Ablesung durch einen Übergang zu den versetzten Skalen berücksichtigt. Eine Zusammenstellung aller Rechnungen mit dem Faktor π , die mit einer LäuferEinstellung möglich sind, zeigt die Abb. 14. Berechnungen mit Kehrwerten vergleiche Kap. 11.



10. Vereinigte Multiplikation und Division

Bei Rechnungen mit Ausdrücken der Form $\frac{a \cdot b}{c}$ gilt der Grundsatz:

Zuerst dividieren, dann multiplizieren. Nach der Division $345 : 132$ in Abb. 15 braucht das Zwischenergebnis 2,61 nicht abgelesen zu werden, denn der Rechenstab ist bereits für die anschließende Multiplikation eingestellt. Der Läufer wird zum Wert 22 der Skala C verschoben, darunter steht dann das Ergebnis 57,5 in Skala D.



Wird dieses Beispiel durch einen im Nenner stehenden Faktor 19,5 erweitert,

$$\frac{345 \cdot 22}{132 \cdot 19,5} = 2,95$$

kann anschließend an die Lösung in Abb. 15 dividiert werden, indem der Wert 19,5 der Skala C unter den Läuferstrich gebracht wird, so daß 57,5 durch 19,5 geteilt wird. Stehen bei derartigen Aufgaben weitere Faktoren im Zähler und im Nenner, wird einfach abwechselnd dividiert und multipliziert. Die rhythmische Abwechslung von Zungen- und Läufer-Einstellungen sorgt für einen gleichbleibenden Fluß der Rechnung mit einem Minimum an Einstellungen.

Es kann bei derartigen Aufgaben vorkommen, daß die Zunge nach der Division zu weit aus dem Rechenstab herausragt und die Zunge vor der Multiplikation durchgeschoben werden muß. Durch die richtige Wahl der Divisionseinstellung mit C/D oder CF/DF bzw. durch Vertauschen der Faktoren läßt sich dieser Sonderfall oft vermeiden.

11. Die Kehrwertskalen CI, CIF und DI

Die Skala CI ist genauso unterteilt wie die Grundskalen C und D, sie verläuft in der umgekehrten Richtung von rechts nach links und ist zur Vermeidung von Ablesefehlern rot beziffert.

Wird der Läufer auf irgendeinen Wert x in Skala C gestellt, kann sein Kehrwert $1/x$ in CI abgelesen werden, wie die Skalenbezeichnung am rechten Rand angibt. Über 5 in C steht $1/5 = 0,2$ in CI. Wichtig ist, daß die Kehrwertbildung auch für die umgekehrte Richtung gilt, nämlich beim Übergang von CI nach C; z. B. steht unter 4 in CI der Wert $1/4 = 0,25$ in C.

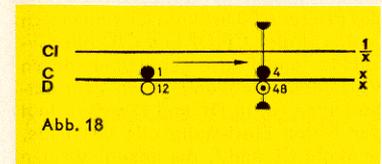
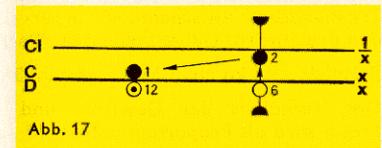
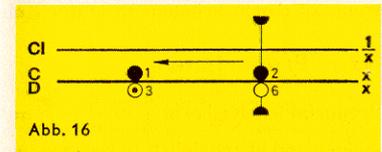
Ein nur gelegentliches Ablesen von Kehrwerten würde das Vorhandensein der Skala CI nicht rechtfertigen. Ihr Hauptwert liegt darin, daß sie viel unnötige Einstellarbeit bei zusammengesetzten Aufgaben erspart.

$$\frac{4}{5} \text{ kann auch } 4 \cdot \frac{1}{5} \text{ geschrieben werden und } 4 \cdot 5 \text{ ist das gleiche wie } \frac{4}{1/5}.$$

Diese Schreibweise ist zwar ungewohnt, hat aber für das Stabrechnen den Vorteil, daß eine Division in eine Multiplikation und umgekehrt eine Multiplikation in eine Division umgewandelt wird. Ein „Spiel“ mit einfachen Zahlen wird uns den Wert dieser Umformung am besten zeigen:

1. Bringen wir den Läufer über 6 in D und schieben 2 in C unter den Läuferstrich, dann haben wir die übliche Division $6 : 2 = 3$ (Abb. 16). Lassen wir aber den Läufer stehen und bringen durch Verschieben der Zunge die 2 der Skala CI darunter, so erhalten wir die Multiplikation $6 \cdot 2$, wobei wir das Ergebnis 12 wie bei einer Division unter der Zungeneins ablesen (Abb. 17). In Wirklichkeit haben wir $6 : 0,5$ ausgerechnet, weil mit der 2 in CI gleichzeitig der Kehrwert 0,5 in C unter den Läuferstrich gebracht wurde.

2. Lassen wir jetzt die Eins der Skala C über 12 in D stehen und bringen den Läufer auf 4 in C, dann erhalten wir die übliche Multiplikation $12 \cdot 4 = 48$ (Abb. 18). Verschieben wir aber den Läufer nach 4 in CI, so lesen wir das Ergebnis der Division $12 : 4 = 3$ in D ab (Abb. 19). Mit anderen Worten: Da unter 4 in CI der Kehrwert $1/4 = 0,25$



in C steht, ist in Wirklichkeit $12 \cdot 0,25 = 3$ gerechnet worden.

Es gibt für die Multiplikation und Division also je zwei Einstellmöglichkeiten, von denen sich der geübte Rechner jeweils die bessere aussucht, um bei zusammengesetzten Aufgaben eine abwechselnde Division und Multiplikation zu erhalten.

Die bisher zwischen den Skalen C und CI geschilderten Beziehungen gelten in gleicher Weise auch für die Skalen CF und CIF. Um das einzusehen, ist es nützlich, dasselbe „Zahlenspiel“ mit der Skalengruppe CF/DF/CIF zu wiederholen.

Wer die vorhergehenden Kapitel aufmerksam studiert hat, wird jetzt erkennen, daß die Skala CIF die folgerichtige Ergänzung des Skalensystems ist. Und wer die Vorteile der versetzten Skalen richtig ausnutzt, braucht die Skala CIF mindestens genau so oft wie die Skala CI.

Ausdrücke der Form $a \cdot b \cdot c$ oder $\frac{a}{b \cdot c \cdot d}$ usw. werden durch abwechselnde Multiplikation und Division wie die Aufgaben der vereinigten Multiplikation und Division (Kap. 10) gelöst. Während der Rechnung kann von der Skalengruppe C, D und CI zur Skalengruppe CF, DF und CIF übergegangen werden, um bei der Multiplikation das Durchschieben der Zunge zu vermeiden.

Im Beispiel der Abb. 20 werden 185 auf Skala D und 6 auf Skala CI wie bei einer Division gegenübergestellt und die Multiplikation mit 0,95 auf der oberen Skala CF vorgenommen. Das Ergebnis 1054 erscheint darüber in der Skala DF.

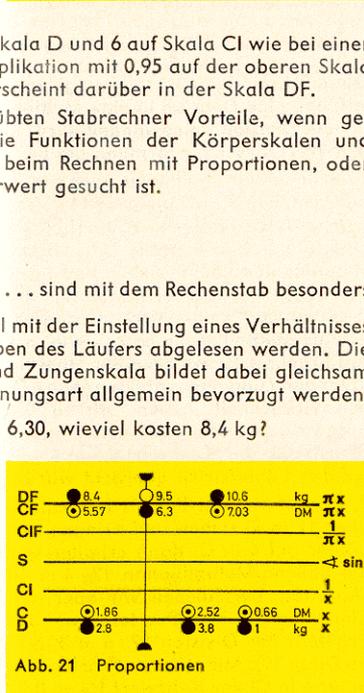
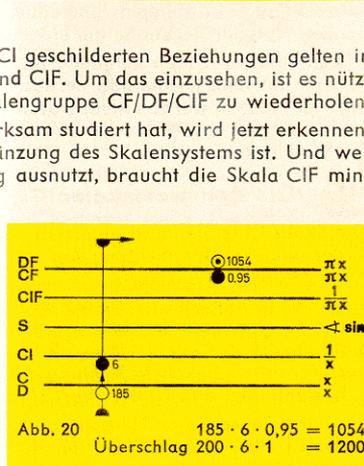
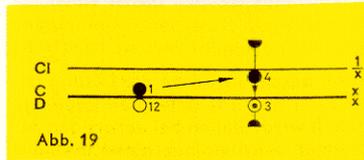
Die Kehrwertskala DI bringt dem geübten Stabrechner Vorteile, wenn gelegentlich bei einem Rechenvorgang die Funktionen der Körperskalen und Zungenskalen vertauscht werden, z. B. beim Rechnen mit Proportionen, oder wenn zu einem Ergebnis in D der Kehrwert gesucht ist.

12. Proportionen

Proportionen der Form $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots$ sind mit dem Rechenstab besonders einfach und übersichtlich zu rechnen, weil mit der Einstellung eines Verhältnisses alle weiteren Relationen durch Verschieben des Läufers abgelesen werden. Die Trennungslinie zwischen der Körper- und Zungenskala bildet dabei gleichsam den Bruchstrich. Daher sollte diese Rechnungsart allgemein bevorzugt werden.

Beispiel: 9,5 kg einer Ware kosten DM 6,30, wieviel kosten 8,4 kg?

Das Verhältnis der Gewichte und Preise wird als Proportion aufgestellt. Mit der Gegenüberstellung des gegebenen Gewichtes 9,5 in Skala DF und des Preises 6,30 in Skala CF stehen sich in den Skalen CF/DF und C/D alle Gewichte und Preise gegenüber, deren Verhältnis (Quotient) gleich dem eingestellten ist. In DF und D stehen laut der ersten Einstellung alle Gewichte, in Skala CF und C die dazugehörigen



Preise. Gegenüber dem Gewicht 8,4 wird demzufolge der Preis 5,57 abgelesen. Weitere Gewicht-Preis-Relationen sind in der Abbildung eingezeichnet.

- 10,6 kg kosten DM 7,03 (in Skala CF/DF)
- 3,8 kg kosten DM 2,52 (in Skala C/D)
- 2,8 kg kosten DM 1,86 (in Skala C/D)
- 1 kg kostet DM 0,66 (in Skala C/D)

Die Proportion kann also beliebig fortgesetzt werden:

$$\frac{\text{kg}}{\text{DM}} = \frac{9,5}{6,3} = \frac{8,4}{5,57} = \frac{10,6}{7,03} = \frac{3,8}{2,52} = \frac{2,8}{1,86} = \frac{1}{0,66} \dots$$

Die Rechnung mit Proportionen erfolgt weitgehend unabhängig von den bisherigen Regeln. Es ist gleichgültig, wo und wie sich kg und DM gegenüberstehen, entscheidend ist, daß die Gewichte dort aufgesucht werden, wo das erste Gewicht eingestellt wurde und daß die Preise entsprechend auf der gegenüberliegenden Skala abgelesen werden.

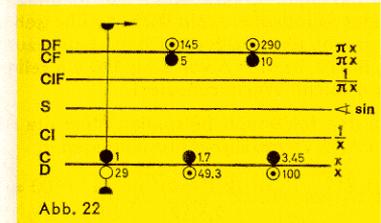
Dieses Prinzip der direkten Proportion $a : b = c : d$ mit der Aussage je mehr-desto mehr gilt auch für die indirekten Proportionen je mehr-desto weniger bzw. je weniger-desto mehr, die zur Produktgleichheit $a \cdot b = c \cdot d$ führen und mit Hilfe der Kehrwertskalen gelöst werden (vergl. Kap. 11). Schließlich gilt dieses Prinzip auch für die gemischten Proportionen $a \cdot b = c : d$ und $a : b = c \cdot d$.

12.1 Tabellenrechnung ohne „Durchschieben“ der Zunge

$$y = 29x$$

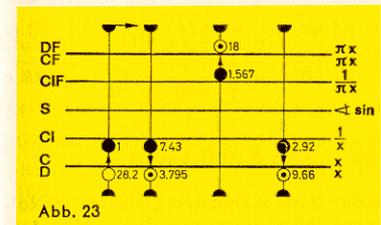
x	1,7	3,45	5,0	10
y	49,3	100	145	290

Für $x = 5$ kann ohne Durchschieben der Zunge auf dem oberen Skalenspaar CF und DF abgelesen werden.



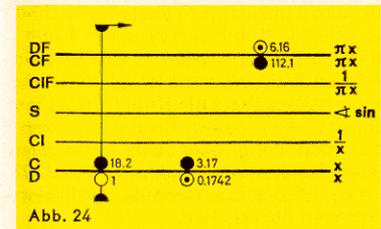
$$y = \frac{28,2}{x} = 28,2 \cdot \frac{1}{x}$$

x	7,43	2,92	1,567
y	3,795	9,66	18,0



$$y = \frac{x}{18,2} = \frac{1}{18,2} \cdot x$$

x	3,17	112,1
y	0,1742	6,16



13. Die Quadratskalen A, B und BI

Wie die Skalen C und D sind auch die Skalen A und B zwei identische Skalen mit dem Unterschied, daß in ihnen zwei auf die Hälfte verkleinerte Grundskalen aneinandergereiht sind. Skala BI ist die Kehrwertskala zu B. Mit diesen drei Skalen können demzufolge alle bisher besprochenen Aufgaben in gleicher Weise gelöst werden, allerdings mit etwas geringerer Genauigkeit, weil für ihre Unterteilung nur die halbe Rechenstablänge zur Verfügung steht. Die nebeneinander angeordneten Skalen haben den Vorteil, daß ein Durchschieben der Zunge grundsätzlich nicht vorkommt.

Das Teilungsbild der Skala A ist anders aufgebaut als das der Skala D. Es kommen die gleichen drei Arten der Unterteilung vor, jedoch in anderer Reihenfolge (vergl. Abb. 10).

Die größere Bedeutung der Quadratskalen liegt darin, daß beim Übergang von D nach A, von C nach B und von CI nach BI Quadrate abgelesen und in der umgekehrten Richtung Quadratwurzeln gezogen werden können.

Beim Rechnen mit den Quadratskalen ist es vorteilhaft, Zehnerpotenzen abzuspalten, um die Kommastellung bzw. die Einstellung im richtigen Bereich sicherzustellen. Es kommt immer darauf an, Zahlenwerte zu erhalten, deren Quadrate oder Quadratwurzeln leicht zu übersehen sind. Das geschieht am besten, indem wir uns die Bezifferung der Skalen zunutze machen und in D nur Werte von 1 bis 10, bzw. in A von 1 bis 100 einstellen. Deshalb werden alle anderen Zahlen auf solche Werte reduziert.

In den folgenden Beispielen führt die Abspaltung von Zehnerpotenzen zu den in Abb. 25 gezeigten Einstellungen.

$$a) 21^2 = (2,1 \cdot 10)^2 = 2,1^2 \cdot 100 = 441$$

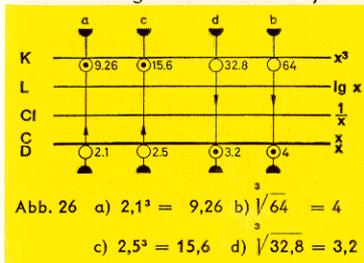
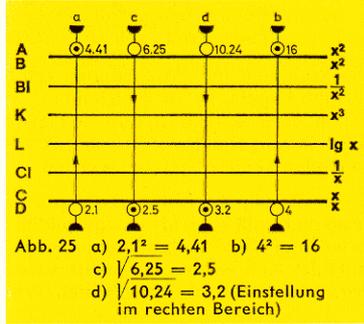
$$c) 0,025^2 = \left(\frac{2,5}{100}\right)^2 = \frac{6,25}{10000} = 0,000625$$

$$d) \sqrt{1024} = \sqrt{10,24 \cdot 100} = 3,2 \cdot 10 = 32$$

$$\sqrt{0,1024} = \sqrt{\frac{10,24}{100}} = \frac{1}{10} \cdot \sqrt{10,24} = \frac{3,2}{10} = 0,32$$

14. Die Kubikskala K

In der Skala K sind drei gleich lange Skalenabschnitte nebeneinander angeordnet, deren jeder daher nur den dritten Teil der Skalenlänge von D hat. Zu jedem in D eingestellten Wert zwischen 1 und 10 kann demzufolge in Skala K der entsprechende Kubikwert zwischen 1 und 1000 abgelesen werden. In der umgekehrten Richtung wird zu jedem in K eingestellten Wert die Kubikwurzel in D gefunden. Zur Ermittlung der Kommastellung oder zum richtigen Einstellen des Radikanden in Skala K ist es wieder zweckmäßig, Zehnerpotenzen abzuspalten.



Auch die folgenden Beispiele lassen sich in Abb. 26 ablesen:

$$a) 21^3 = (2,1 \cdot 10)^3 = 9,26 \cdot 1000 = 9260$$

$$b) 0,4^3 = \left(\frac{4}{10}\right)^3 = \frac{64}{1000} = 0,064$$

$$d) \sqrt[3]{0,0328} = \sqrt[3]{\frac{32,8}{1000}} = \frac{3,2}{10} = 0,32$$

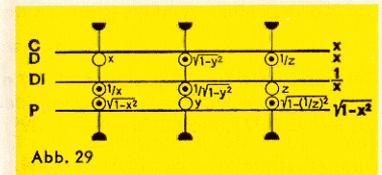
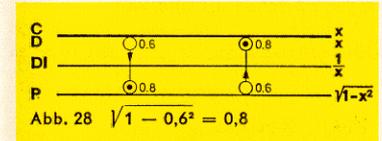
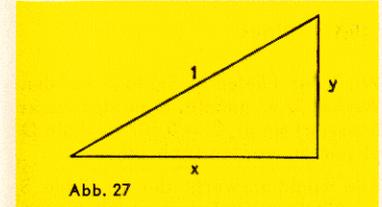
15. Die pythagoreische Skala P

In einem rechtwinkligen Dreieck mit der Hypotenuse 1 gilt nach dem Satz des Pythagoras die Beziehung

$$y = \sqrt{1 - x^2}$$

Zu jeder Einstellung x auf der Grundskala D wird auf der Skala P der Wert $y = \sqrt{1 - x^2}$ abgelesen. Umgekehrt gilt auch $x = \sqrt{1 - y^2}$. Im Beispiel der Abb. 28 ist ersichtlich, daß 0,6 sowohl in Skala D als auch in Skala P eingestellt werden kann, das Ergebnis 0,8 steht immer in der entsprechenden Nachbarskala. Man wählt jeweils die für die Genauigkeit günstigste Ablesart. Im Beispiel

$\sqrt{1 - 0,15^2} = 0,9887$ wird 0,15 auf Skala D eingestellt. Diese Beziehung ist wertvoll für die Umrechnung $\sin \leftrightarrow \cos$ nach der Gleichung $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. Wird auch die Skala DI hinzugezogen, ergeben sich die in Abb. 29 angegebenen Wechselbeziehungen.



Zur genaueren Ausrechnung von Quadratwurzeln bildet man z. B.

$$\sqrt{0,91} = \sqrt{1 - 0,09} = 0,9540$$

0,09 wird im linken Teil der Skala A eingestellt, dann steht $\sqrt{0,09} = 0,3$ in D und der Wert $\sqrt{1 - 0,3^2} = 0,9540$ in P. Eine Genauigkeitssteigerung ist bis herab zu ca. $\sqrt{0,65}$ gewährleistet. Diese Rechnung ist immer dann zweckmäßig, wenn der Radikand ein wenig kleiner als 0,01; 1; 100 usw. ist.

16. Die trigonometrischen Funktionen

Die Skalen S, T1 und T2 werden in Verbindung mit der Grundskala D zur Ermittlung der trigonometrischen Funktionswerte Sinus bzw. Tangens benutzt. Wird ein Winkel mit dem Läufer in der Skala S, T1 und T2 eingestellt, dann steht unter dem Läuferstrich in Skala D der Wert der entsprechenden trigonometrischen Funktion. Umgekehrt kann zu einem in Skala D eingestellten Funktionswert der zugehörige Winkel in den Skalen S, T1 oder T2 abgelesen werden. Die Winkelbezifferung der dezimal unterteilten Skalen S, T1 und T2 gilt nur für die angeschriebenen Gradwerte.

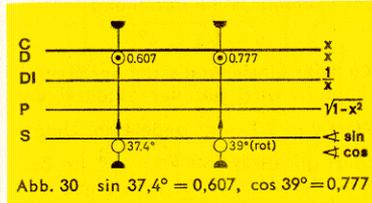
Der Rechenstab gibt nur die Funktionswerte für Winkel im ersten Quadranten. Zur Reduktion beliebiger Winkel auf den ersten Quadranten sind die Beziehungen der Winkelfunktionen in einer Tabelle zusammengestellt.

	$\pm \alpha$	$90^\circ \pm \alpha$	$180^\circ \pm \alpha$	$270^\circ \pm \alpha$
sin	$\pm \sin \alpha$	$+\cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$
cos	$+\cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\pm \sin \alpha$
tan	$\pm \tan \alpha$	$\mp \cot \alpha$	$\pm \tan \alpha$	$\mp \cot \alpha$
cot	$\pm \cot \alpha$	$\mp \tan \alpha$	$\pm \cot \alpha$	$\mp \tan \alpha$

16.1 Sinus

Wird der Läufer in Skala S auf den Winkel $37,4^\circ$ gestellt, kann der Funktionswert $\sin 37,4^\circ = 0,607$ in Skala D abgelesen werden (Abb. 30).

Alle Funktionswerte der in Skala S eingestellten Winkel von $5,73^\circ$ bis 90° liegen zwischen 0,1 und 1,0.



Übungsbeispiele: $\sin 18,3^\circ = 0,314$ $\sin 59^\circ = 0,857$

16.2 Kosinus

Der Kosinus eines Winkels ist gleich dem Sinus des Komplementwinkels.

$$\cos \alpha = \sin (90^\circ - \alpha)$$

Deshalb ist die Sinusskala auch eine Kosinusskala für Winkel, die mit Hilfe der rückläufigen roten Bezifferung eingestellt werden. Abb. 30 zeigt die Einstellung $\cos 39^\circ = 0,777$, die mit $\sin (90^\circ - 39^\circ) = \sin 51^\circ$ identisch ist.

Übungsbeispiele: $\cos 18,3^\circ = 0,949$ $\cos 59^\circ = 0,515$

16.3 Sinusskala auf der Zunge

Die Sinusskala steht bei diesem Rechenstab als Zungen- und Körperskala zur Verfügung. Je nach der Aufgabenstellung ist die feste oder bewegliche Sinusskala vorteilhafter. Bei der Multiplikation oder Division mehrerer Funktionswerte, z. B. in der sphärischen Trigonometrie, sind beide Sinusskalen vorteilhaft.

Auch für Aufgaben $\frac{a}{\sin \alpha}$ und $\frac{b}{\cos \beta}$ oder für die Anwendung des Brechungsgesetzes der Optik in der Form $\frac{n}{n'} = \frac{\sin i'}{\sin i}$ bietet die Skala S auf der Zunge Vorteile.

16.4 Tangens

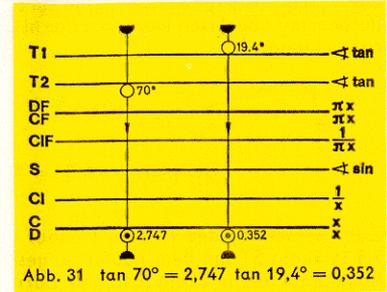
Die Tangensskala ist zweiteilig, T1 reicht von $5,71^\circ$ bis 45° und T2 von 45° bis $84,29^\circ$. Zu den in Skala T1 eingestellten Winkeln werden in Skala D die Funk-

tionswerte 0,1 bis 1, zu den in Skala T2 eingestellten Winkeln die Funktionswerte 1 bis 10 abgelesen.

Abb. 31 zeigt die Einstellung für $\tan 19,4^\circ$ in Skala T1 und $\tan 70^\circ$ in Skala T2.

Übungsbeispiele:

- $\tan 23,6^\circ = 0,437$
- $\tan 41,1^\circ = 0,872$
- $\tan 51,2^\circ = 1,244$
- $\tan 73,4^\circ = 3,35$

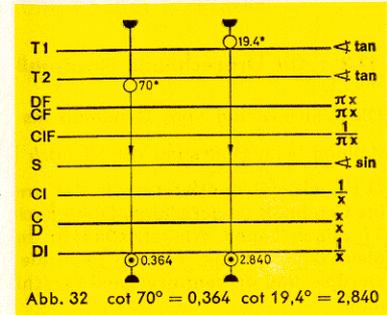


16.5 Kotangens

Der Kotangens ist der Kehrwert des Tangens; deshalb kann der Kotangens zu jedem in Skala T1 oder T2 eingestellten Winkel in der Kehrwertskala DI abgelesen werden.

Übungsbeispiele:

- $\cot 23,6^\circ = 2,289$
- $\cot 41,1^\circ = 1,146$
- $\cot 51,2^\circ = 0,804$
- $\cot 73,4^\circ = 0,298$



17. Die Skala ST

Diese Skala ist eine Fortsetzung der Skalen S und T für Winkel, deren Funktionswerte zwischen 0,01 und 0,1 auf Skala D abgelesen werden. Sie erfüllt aber gleichzeitig die wichtige Aufgabe der Umrechnung vom Gradmaß ins Bogenmaß beim Übergang zur Skala D.

17.1 Kleine Winkel — Große Winkel

Wenn $\sin \alpha$ und $\tan \alpha$ für $\alpha < 5,5^\circ$, sowie $\cos \alpha$ und $\cot \alpha$ für $\alpha > 84,5^\circ$ abgelesen werden sollen, gilt die Näherung

$$\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \cos (90^\circ - \alpha) \approx \cot (90^\circ - \alpha) \approx \frac{\pi}{180} \alpha^\circ = 0,01745 \alpha^\circ$$

Die Skala ST ist von $0,55^\circ$ bis 6° beziffert und im Bogenmaß geteilt. Zu einem darauf eingestellten Winkel wird in Skala D die Bogenlänge abgelesen, die zugleich ein Näherungswert für den Sinus und Tangens ist. Die rückläufige rote Bezifferung der ST-Skala von 84° bis $89,45^\circ$ gilt für die entsprechenden Kosinus- und Kotangenswerte.

Die Übereinstimmung zwischen $\sin \alpha$, $\tan \alpha$ und $\text{arc } \alpha$ ist bis 4° sehr gut, bei größeren Winkeln rechnet man genauer

$$\sin \alpha \approx \alpha \cdot \frac{\sin 6^\circ}{6} \quad \text{bzw.} \quad \tan \alpha \approx \alpha \cdot \frac{\tan 6^\circ}{6}$$

Die Werte $\cos \alpha$ für $\alpha < 5,7^\circ$ und $\sin \alpha$ für $\alpha > 84,3^\circ$ können nur ungenau vom Rechenstab abgelesen werden. Hier hilft als Näherung der Anfang einer Reihenentwicklung:

$$\cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \quad (\text{in rad})$$

$$\text{Beispiel: } \cos 1,5^\circ = 1 - \frac{0,0262^2}{2} = 0,999657$$

Zum Berechnen des zweiten Gliedes der Reihenentwicklung wird der Winkel $1,5$ in Skala ST mit dem Läufer eingestellt. In Skala D steht der Winkelwert im Bogenmaß und in Skala A sein Quadrat $0,000686$. Zum Dividieren wird die 2 in Skala B unter den Läuferstrich gebracht und das Ergebnis $0,000343$ in Skala A abgelesen.

17.2 Die Umrechnung Gradmaß \leftrightarrow Bogenmaß

Die Umrechnung vom Gradmaß ins Bogenmaß erfolgt mit einer LäuferEinstellung beim Übergang von ST nach D, weil die Skala ST eine um $\frac{\pi}{180}$ gegen D versetzte Grundskala ist. In der umgekehrten Richtung wird ein Bogenmaß ins Gradmaß umgerechnet. Diese Rechnung gilt nicht nur für die auf der Skala ST angegebenen Winkel, sondern auf Grund der dezimalen Gradeinteilung gleichzeitig für alle Winkel, denn die 1 kann auch als $0,1^\circ$, 10° usw. gelesen werden, und dementsprechend verschiebt sich nur die Kommastelle im Bogenmaß.

$$\begin{array}{ll} \text{z. B. a) } 0,1^\circ = 0,001745 \text{ rad} & \text{b) } 10^\circ = 0,1745 \text{ rad} \\ \text{c) } 5^\circ = 0,08725 \text{ rad} & \text{d) } 0,5^\circ = 0,008725 \text{ rad} \end{array}$$

Sind die kleinen Winkel in Minuten oder Sekunden angegeben, werden diese in Dezimalwerte eines Grades umgewandelt: $1' = 1/60^\circ$ und $1'' = 1/3600^\circ$ (s. auch Ziff. 17.3 und 21.1).

Durch Einstellung der 6 oder 36 von Skala CF unter 1° in Skala ST erhält man eine vorteilhafte Tabellenstellung für derartige Umrechnungen.

17.3 Die Marken ϱ' und ϱ''

Die Marken ϱ' und ϱ'' in der Zungenskala C vereinfachen die Umrechnung, wenn die kleinen Winkel in Minuten oder Sekunden gegeben sind. Ihre Bedeutung ist:

$$\varrho' = \frac{180}{\pi} \cdot 60 = 3438 \quad \varrho'' = \frac{180}{\pi} \cdot 60 \cdot 60 = 206265$$

Damit genügt eine Division zur Umrechnung:

$$\text{arc } \alpha = \frac{\alpha'}{\varrho'} = \frac{\alpha''}{\varrho''}$$

$$\text{z. B. } \text{arc } 22' = \frac{22'}{\varrho'} = 0,00640 \text{ rad}$$

Bei Benutzung dieser ϱ -Marken wird das Rechnen mit kleinen Winkeln oder Bögen für beliebige Radien sehr bequem.

$$\alpha = \frac{b}{r} \cdot \varrho, \text{ wenn der Winkel gesucht ist,}$$

$$b = \frac{\alpha \cdot r}{\varrho} \text{ wenn die Bogenlänge gesucht ist.}$$

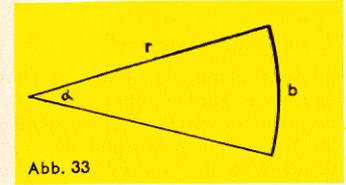


Abb. 33

18. Trigonometrische Berechnung ebener Dreiecke

Der Vorteil der trigonometrischen Skalen liegt nicht allein im Ablesen der trigonometrischen Funktionen. Wichtiger ist, daß mit ihnen gerechnet werden kann, ohne die Funktionswerte ablesen zu müssen.

Der Sinussatz ist ein Musterbeispiel für eine Anwendung der Proportionsrechnung auf dem Rechenstab:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

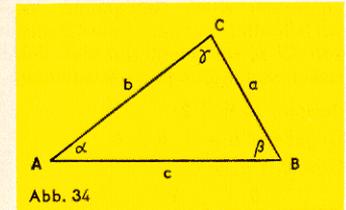


Abb. 34

Mit der Einstellung eines dieser Verhältnisse durch Gegenüberstellung der Seite auf Skala C und des gegenüberliegenden Winkels auf Skala S sind auch die übrigen Verhältnisse eingestellt, so daß zu jeder Seite der gegenüberliegende Winkel und umgekehrt zu jedem Winkel die gegenüberliegende Seite abgelesen werden kann.

Am häufigsten kommt in der Praxis die Berechnung rechtwinkliger Dreiecke vor. In diesem Sonderfall ist $\gamma = 90^\circ$ und damit $\sin \gamma = 1$, sowie $\sin \alpha = \cos \beta$ und $\sin \beta = \cos \alpha$.

$$\begin{aligned} \frac{a}{\sin \alpha} &= \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{1} \\ &= \frac{a}{\cos \beta} = \frac{b}{\cos \alpha} \end{aligned}$$

$$\text{Ferner ist: } \tan \alpha = \frac{a}{b}$$

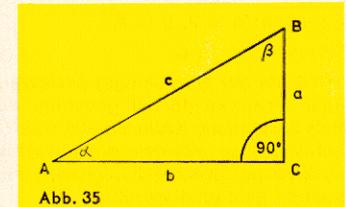


Abb. 35

Je nach den gegebenen Stücken kommen zwei grundsätzliche Rechenoperationen vor:

1. Gegeben sind zwei beliebige Stücke (außer Fall 2).
2. Gegeben sind die Katheten a und b .

Beispiel zu Fall 1:

Gegeben: $c = 5, a = 3$
 Gesucht: α, β, b
 Man beachte: $\beta = 90^\circ - \alpha$

Mit der Gegenüberstellung der Hypotenuse 5 in Skala C über 1 in Skala D als Ersatz für $\sin 90^\circ$ steht gegenüber der Kathete 3 in C dann der zugehörige Winkel $\alpha = 36,88^\circ$ in Skala S. Zunge unverändert stehen lassen und den Läufer auf $36,88^\circ$ der roten Bezeichnung der Skala S stellen. Dann ist die dem Winkel β gegenüberliegende Seite $b = 4$ in C abzulesen.

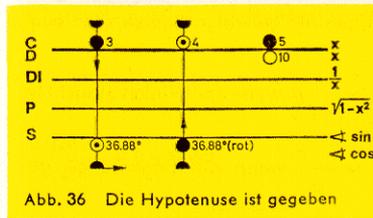


Abb. 36 Die Hypotenuse ist gegeben

Entsprechend verfahren wir, wenn eine Kathete und ein Winkel gegeben sind, indem das Sinusverhältnis aus der Kathete und dem gegenüberliegenden Winkel mit den Skalen S und C eingestellt wird. Gelegentlich ist es vorteilhafter, mit der Skala CF anstelle von C zu rechnen, um das Durchschieben der Zunge zu vermeiden.

Beispiel zu Fall 2:

Gegeben: $a = 3, b = 6$
 Gesucht: α, β, c

$$\tan \alpha = \frac{3}{6} = 3 \cdot \frac{1}{6}$$

Wir stellen die 1 der Skala C über die kleinere Kathete 3 und finden $\alpha = 26,6^\circ$ auf Skala T1 über der 6 von Skala CI. Wird bei gleicher Zungenstellung der Läufer über $26,6^\circ$ in Skala S gestellt, steht das Ergebnis $c = 6,71$ in Skala CI, denn aus $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ folgt die Proportion $\frac{a}{1} = \frac{\sin \alpha}{1/c}$. $\beta = 90^\circ - 26,6^\circ = 63,4^\circ$.

Wenn $a > b$, also $\alpha > 45^\circ$ ist, wird der Winkel nicht auf Skala T1, sondern auf Skala T2 abgelesen. Der weitere Rechengang ist der gleiche wie in dem zuvor beschriebenen Beispiel.

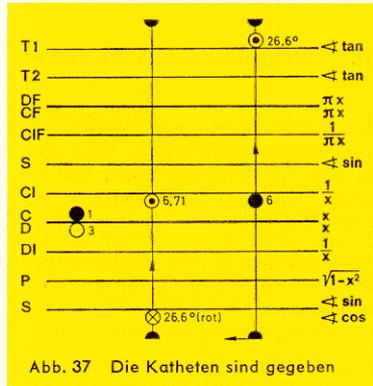


Abb. 37 Die Katheten sind gegeben

Beispiel zu Fall 2:

Gegeben: $a = 2, b = 4,5$
 Gesucht: α, β, c .

Wird bei der Berechnung rechtwinkliger Dreiecke darauf geachtet, daß stets die kleinere Kathete mit a bezeichnet wird, so können die gesuchten Größen entsprechend folgender Proportion gefunden werden.

$$\frac{1}{1/a} = \frac{\tan \alpha}{1/b} = \frac{\sin \alpha}{1/c}$$

Die kleinere Kathete $a = 2$ wird in CI über die rechte 1 der Skala D gestellt.

Über $b = 4,5$ in CI wird in T1 der Winkel $\alpha = 23,95^\circ$ abgelesen. Der Läuferstrich wird dann über $\sin \alpha = 23,95^\circ$ in S gebracht und die Hypotenuse $c = 4,92$ wird in CI abgelesen. $\beta = 90^\circ - 23,95^\circ = 66,05^\circ$.

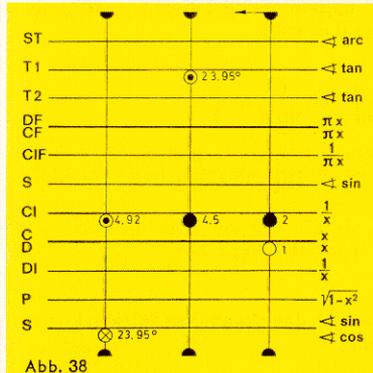


Abb. 38

18.1 Komplexe Zahlen

Diese zwei angeführten Rechenarten für das rechtwinklige Dreieck haben besondere Bedeutung bei Koordinaten- und Vektorrechnungen sowie bei Rechnungen mit komplexen Zahlen. Es handelt sich bei derartigen Aufgaben stets um die Verwandlung von rechtwinkligen Koordinaten in Polarkoordinaten oder um die umgekehrte Aufgabe.

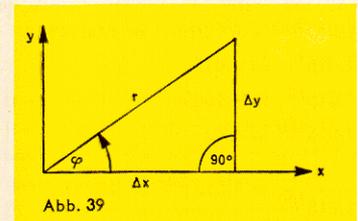


Abb. 39

Komplexe Zahlen lassen sich in der Komponentenform $Z = a + ib$ leicht addieren oder subtrahieren, in der Vektorform

$Z = r \cdot e^{i\psi} = r/\varphi$ dagegen multiplizieren, dividieren und potenzieren. Aus diesem Grunde muß die Umrechnung von der einen Form in die andere häufig durchgeführt werden.

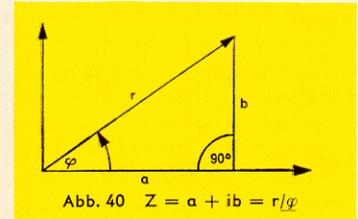


Abb. 40 $Z = a + ib = r/\varphi$

Beispiele: $Z = 4,5 + i 1,3 = 4,68/16,13^\circ$

$Z = 6,7/49^\circ = 4,39 + i 5,05$

Der Rechengang ergibt sich aus den vorstehenden Erläuterungen über das rechtwinklige Dreieck und aus Abb. 40.

19. Die Exponentialskalen

Alle Exponentialskalen sind auf die Grundskalen C und D bezogen. Sie reichen mit vier e^{+x} -Skalen LL0, LL1, LL2 und LL3 von 1,001 bis 100000 und mit vier e^{-x} -Skalen LL00, LL01, LL02 und LL03 von 0,00001 bis 0,999.

Die Skalen e^{+x} und e^{-x} sind zueinander reziprok, auf ihnen werden Kehrwerte von Zahlen $< 2,5$ mit größerer Genauigkeit ermittelt als bei der Verwendung der Skalen CI oder CIF (s. Abb. 41).

$$\frac{1}{1,02956} = 0,97134$$

Die Exponentialskalen sind Stellenwertskalen, d. h. der Wert 1,35 bedeutet nur 1,35, nicht auch 13,5 oder 135 wie bei den Grundskalen.

19.1 Potenzen und Wurzeln mit den Exponenten 10 und 100

Die Exponentialskalen sind so angeordnet, daß jeweils beim Übergang von einer LL-Skala zur benachbarten Skala die 10. Potenz oder 10. Wurzel berechnet wird, je nachdem, in welcher Richtung abgelesen wird. Die sich daraus ergebenden Beziehungen zeigen die Beispiele der Abb. 41 für die Einstellung des Läuferstriches auf den Wert 1,015 in Skala LL1.

Variationen der Ablesungen in der gleichen Zahlenreihe der Abb. 41:

$$10 \frac{100}{\sqrt{4,43}} = 1,1605 \quad \sqrt{0,2257} = 0,98522 \quad 0,98522^{10} = 0,8617 \quad 1,00149^{1000} = 4,43$$

Diese in der Praxis selten vorkommenden Beispiele dienen dem besseren Verständnis für den Aufbau der Exponentialskalen.

Beispiele:

$$1,015^{0,1} = \sqrt[10]{1,015} = 1,00149$$

$$1,015^1 = 1,015$$

$$1,015^{10} = 1,1605$$

$$1,015^{100} = 4,43$$

$$\frac{1}{1,015^{100}} = 1,015^{-100} = 0,2257$$

$$\frac{1}{1,015^{10}} = 1,015^{-10} = 0,8617$$

$$\frac{1}{1,015^1} = 1,015^{-1} = 0,98522$$

$$\frac{1}{1,015^{0,1}} = \frac{1}{\sqrt[10]{1,015}} = 0,99851$$

19.2 Potenzen $y = a^x$

Genau so, wie man mit den Grundskalen multipliziert, wird bei der Anwendung der LL-Skalen potenziert.

Rechengang:

- Einstellen des Anfanges oder Endes der Skala C über den Basiswert a auf der entsprechenden LL-Skala mit Hilfe des Läuferes.
- Einstellen der Exponenten x auf der Skala C durch Verschieben des Läuferes.
- Ablesen des Potenzwertes y unter dem Läuferstrich auf der richtigen LL-Skala (vgl. Ableseregeln!).

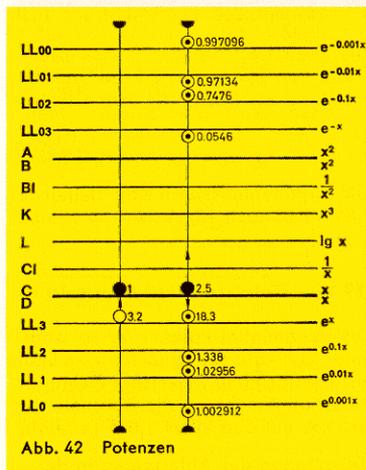
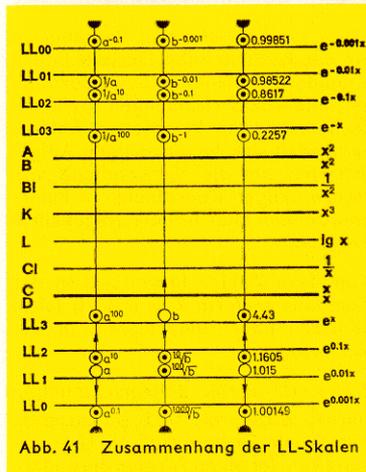
Mit der Einstellung des Basiswertes erhält man eine Tabellenstellung für die Funktion $y = a^x$. Abb. 42 zeigt die Einstellung für die Funktion $y = 3,2^x$, wobei der Läufer über dem Exponenten 2,5 und seinen dezimalen Variationen steht.

Beispiele: Ablesung auf Skala

$3,2^{2,5}$	$= 18,3$	LL3
$3,2^{0,25}$	$= 1,338$	LL2
$3,2^{0,025}$	$= 1,02956$	LL1
$3,2^{0,0025}$	$= 1,002912$	LL0
$3,2^{-2,5}$	$= 0,0546$	LL03
$3,2^{-0,25}$	$= 0,7476$	LL02
$3,2^{-0,025}$	$= 0,97134$	LL01
$3,2^{-0,0025}$	$= 0,997096$	LL00

Ableseregeln:

- Bei positiven Exponenten liegen Einstellung und Ergebnis in der gleichen Skalengruppe LL0—LL3 oder LL00—LL03, man bleibt also bei der gleichen Farbe der Bezifferung. Bei negativen Exponenten muß man von einer Skalengruppe zur anderen wechseln (Farbenwechsel).



- Analog zur Beschriftung der Skalen am rechten Rechenstabende erfolgt die Ablesung auf der niedriger bezifferten Nachbarskala LL, wenn bei der Variation der Exponenten das Komma um eine Stelle nach links rückt (vgl. Beispiel von Abb. 42).

- Wird die Basis mit dem rechten Zungenende eingestellt, werden alle Ablesungen auf der höher bezifferten Nachbarskala vorgenommen.

Für $a < 1$ findet man die Potenzen mit positiven Exponenten in der Skalengruppe LL00—LL03 und mit negativen Exponenten in der Skalengruppe LL0—LL3.

$$0,685^{2,7} = 0,36 \quad (\text{Abb. 43})$$

$$0,685^{-2,7} = 2,78$$

$$1,46^{2,7} = 2,78$$

$$1,46^{-2,7} = 0,36$$

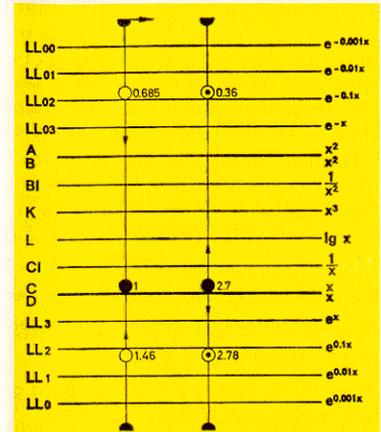


Abb. 44 zeigt die gleichen Beispiele wie Abb. 43, aber mit Einstellung des rechten Zungenendes, deshalb stehen die Ergebnisse nicht in der Skala, in der die Basis eingestellt wird, sondern in der Nachbarskala LL3 bzw. LL03.

Liegt der Basiswert, wie in diesem Falle, im Mittelfeld der Skala, ist es vorteilhafter, mit der Skala CF zu rechnen. Dann steht fast die ganze Skala CF für die Einstellung der Exponenten zur Verfügung und das Durchschieben wird bei Tabellenbildung erspart.

19.3 Sonderfälle von $y = a^x$

Die Möglichkeiten, den Exponenten und die Basis zu variieren, sind durch den Bereich der Exponentialskalen begrenzt.

19.3.1 $y > 100000$ und $y < 0,00001$

Reicht das Ergebnis einer Potenz über den Bereich der Exponentialskalen hinaus, muß der Exponent in Summanden und somit die Potenz in Faktoren zerlegt werden.

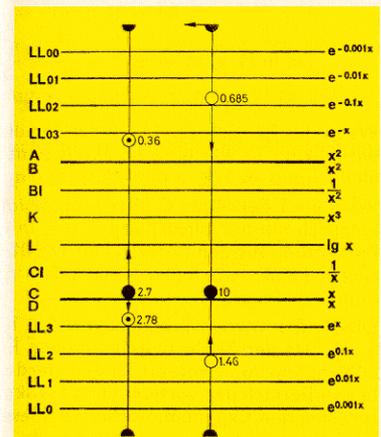
Beispiel:

$$3,14^{19} = 3,14^{6+6+7} = (3,14^6)^2 \cdot 3,14^7 = 0,955^2 \cdot 10^6 \cdot 3,02 \cdot 10^3 = 2,76 \cdot 10^9$$

Für negative Exponenten gilt selbstverständlich der gleiche Lösungsweg.

19.3.2 $0,999 < y < 1,001$

Ist infolge eines kleinen Exponenten der Wert einer Potenz kleiner als 1,001, aber größer als 0,999, so kann das Ergebnis nicht der LL-Skala entnommen werden.

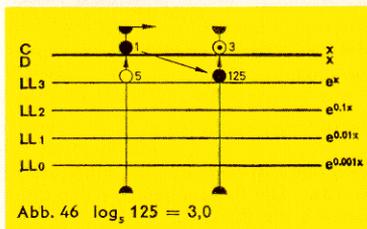


$$y = a^x \quad x = \log_a y \text{ (lies: Logarithmus } y \text{ zur Basis } a)$$

Die Bestimmung des Logarithmus ist identisch mit der Lösung einer Potenzaufgabe, bei welcher der Exponent gesucht wird.

Rechengang:

- Einstellung des Läuferstrichs auf den Basiswert a in Skala LL.
- Zungenanfang oder -ende unter den Läuferstrich stellen.
- Einstellung des Numerus y auf der LL-Skala mit dem Läuferstrich.
- Ableseung des Logarithmus unter dem Läuferstrich in Skala C.



Die Stellung des Kommas erkennt man aus der Beziehung: $\log_a a = 1$.

Stellt man den Zungenanfang über die Basis a , dann sind die Logarithmen rechts vom Wert a größer als 1 und links davon kleiner als 1.

Ableseregel:

- Jeder Übergang zur benachbarten LL-Skala — in der Reihenfolge LL3, LL2, LL1, LL0 oder LL03, LL02, LL01, LL00 — bewirkt für den Logarithmus eine Verschiebung des Kommas um eine Stelle nach links, in der umgekehrten Reihenfolge nach rechts.
- Die Logarithmen werden positiv (negativ), wenn der Numerus und die Basis auf gleichfarbigen (ungleichfarbigen) LL-Skalen eingestellt werden.

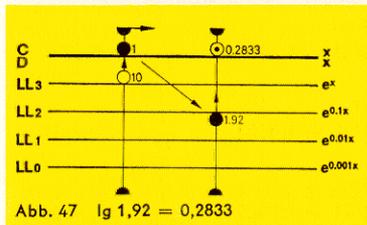
Übungsbeispiele:

$$\begin{aligned} \log_2 16 &= 4,0 \\ \log_2 1,02 &= 0,02857 \\ \log_2 0,25 &= -2 \end{aligned}$$

19.6.2 Die dekadischen Logarithmen

Wird die 1 der Skala C über die Basis 10 in Skala LL3 gestellt, kann zu jedem in der LL-Skala eingestellten Numerus der dekadische Logarithmus in Skala C abgelesen werden (Abb. 47 und 48).

Für die oft benötigten dekadischen Logarithmen befindet sich zusätzlich auf der Zunge die übliche Skala L, die nur die Mantissen angibt, wenn der Numerus in Skala C eingestellt wird.



Wie bei der Benutzung einer Logarithmentafel wird die Kennziffer des Logarithmus nach der Regel „Stellenzahl minus 1“ gebildet und zur Mantisse addiert. Über jedem Wert der Skala C steht somit sein Logarithmus, und umgekehrt kann zu jedem Logarithmus der Numerus direkt abgelesen werden.

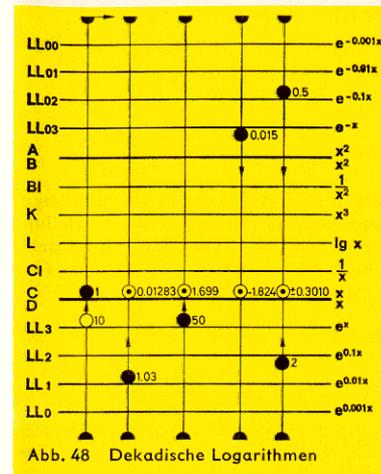
Zur Benutzung der Skala L wird nur der Läufer verschoben, damit werden die dekadischen Logarithmen mit dieser Skala einfacher als mit den LL-Skalen gefunden. Dagegen werden die Ergebnisse für den Bereich der Skala LL1 genauer abgelesen.

Beispiel:

$$\begin{aligned} \lg 1,03 &= 0,01283 \text{ mit der Skala LL1} \\ \lg 1,03 &= 0,013 \text{ mit der Skala L} \end{aligned}$$

Übungsbeispiele: s. Abb. 48

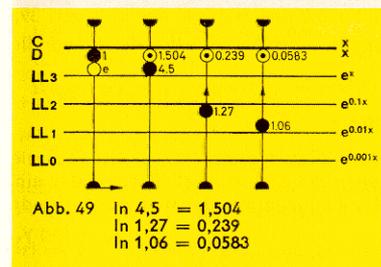
$$\begin{aligned} \log_{10} 50 &= 1,699 \\ \log_{10} 2 &= 0,301 \\ \log_{10} 1,03 &= 0,01283 \\ \log_{10} 0,015 &= -1,824 \\ \log_{10} 0,5 &= -0,3010 \\ \log_{10} 0,1 &= -1 \\ \log_{10} 6 &= 0,778 \\ \log_{10} 1,14 &= 0,0569 \\ \log_{10} 1,015 &= 0,00647 \end{aligned}$$



Beim Einstellen mit dem Endstrich der Skala C liegen die Ableseungen alle links vom Basiswert, sie sind also < 1 , z. B. $\log_{10} 9 = 0,954$. Logarithmen von Zahlen < 1 sind negativ.

19.6.3 Die natürlichen Logarithmen

Die natürlichen Logarithmen der Basis »e« werden einfach durch den Übergang von den Exponentialskalen zur Grundskala D gefunden (Abb. 49)



Übungsbeispiele:

$$\begin{aligned} \ln 4,375 &= 1,475 \\ \ln 0,622 &= -0,475 \\ \ln 0,05 &= -2,994 \end{aligned}$$

20. Weitere Anwendungen der Exponentialskalen

Bisher wurde nur die Zungenskala C in Verbindung mit den Exponentialskalen benutzt, um die wesentlichen Zusammenhänge beim Rechnen zu zeigen. Selbstverständlich können auch andere Zungenskalen zur Anwendung kommen, deren funktionaler Zusammenhang mit der Skala C in den früheren Kapiteln erläutert worden ist; z. B. kann mit Skala B eine Potenz $a^{\sqrt{x}}$ eingestellt werden. Mitunter ist die Sinusskala S auf der Zunge praktisch für die Berechnung von $e^{\sin x}$. Auch die Umkehrungen bieten weitere Möglichkeiten der logarithmischen Rechnung. Die Skala CF kann anstelle der Skala C beim Rechnen mit LL-Skalen benutzt werden, um das Durchschieben der Zunge bei Tabellenbildungen einzusparen, wenn die Basis etwa in der Stabmitte liegt.

20.1 Proportionsrechnung mit den Exponentialskalen

Wenn ein Basiswert a mit dem Anfang der Skala C auf einer LL-Skala eingestellt ist, können die Potenzwerte für beliebige Exponenten oder die Logarithmen beliebiger Zahlen für diese Basis abgelesen werden. Die auf einer LL-Skala eingestellte Basis a ist somit ein Proportionalitätsfaktor.

$$20.1.1 \quad y_1 = a^n \quad y_2 = a^m$$

$$\log y_1 = n \cdot \log a \quad \log y_2 = m \cdot \log a$$

$$\frac{\log a}{1} = \frac{\log y_1}{n} = \frac{\log y_2}{m}$$

$$\text{bzw.} \quad \frac{\ln a}{1} = \frac{\ln y_1}{n} = \frac{\ln y_2}{m}$$

Wenn drei Werte der Proportion bekannt sind, kann der vierte Wert berechnet werden, und mit der ersten Einstellung überblickt man eine Vielzahl von Proportionen. Wir haben hiermit wieder ein für das Rechnen mit dem Rechenstab günstiges Proportionsprinzip, und es kommt nur darauf an, die Aufgaben in diese Proportionsform zu bringen.

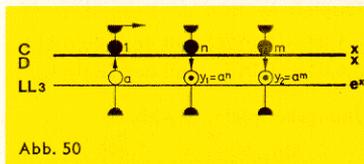


Abb. 50

20.1.2

$$y = a^{\frac{m}{n}} \rightarrow \log y = \frac{m}{n} \log a$$

$$\frac{\log y}{m} = \frac{\log a}{n}$$

$$y = 4,3^{\frac{6,8}{2,7}} \rightarrow \frac{\log y}{6,8} = \frac{\log 4,3}{2,7}$$

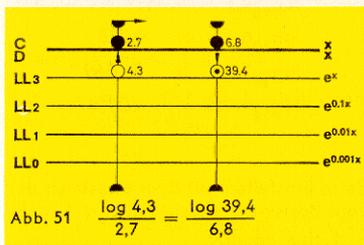


Abb. 51

Werden 4,3 auf Skala LL3 und 2,7 auf Skala C übereingestellt, dann kann unter 6,8 der Skala C das Ergebnis 39,4 auf Skala LL3 abgelesen werden. Ebenso werden natürlich die Abwandlungen dieser Aufgabe gelöst.

$$y = \sqrt[2,7]{4,3^{6,8}} \quad \text{oder} \quad y^{2,7} = 4,3^{6,8}$$

20.1.3

Viele Naturgesetze lassen sich auf die angegebene Proportionsform bringen, wenn die Änderung (Differenz) der einen Variablen proportional der Differenz der Logarithmen der anderen Veränderlichen ist*:

$$\log y_2 - \log y_1 = \text{const} (x_2 - x_1)$$

$$\text{Da außerdem gilt} \quad \log a - \log b = \log \frac{a}{b},$$

läßt sich diese Gleichung umschreiben:

$$\log \frac{y_2}{y_1} = \text{const} (x_2 - x_1)$$

Eine Änderung von x_1 auf x_2 um das Intervall i hat eine Änderung von y_1 auf y_2 zur Folge.

Bezeichnet man das Verhältnis $\frac{y_2}{y_1}$ mit r , das ist die Restzahl, die den Rest vom ursprünglichen Ganzen angibt, dann lautet die obige Gleichung:

$$\frac{\log r}{i} = \text{const} = \frac{\log r_1}{i_1} = \frac{\log r_2}{i_2} = \dots$$

*) Vergleiche:

Ruppert, W: Über die Druckabhängigkeit der Viskosität von Schmierölen — Zeitschrift Brennstoffchemie Nr. 15/16 Bd. 33 (1952) S. 273-278

Ruppert, W: Eine neue allgemeine Fassung einiger Naturgesetze und ihre Anwendung mit modernen Rechenstäben — Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht, Bd. 6 Heft 7 (Febr. 1954), S. 316

Beispiel: Radioaktiver Zerfall.

Ein Stoff zerfällt in 30 Tagen zu 40%, es verbleiben 60% als Rest. Wann sind noch 20% vorhanden?

$$i_1 = 30$$

$$r_1 = 0,6$$

$$r_2 = 0,2$$

$$\frac{\log 0,6}{30} = \frac{\log 0,2}{x} \quad x = 94,5 \text{ Tage}$$

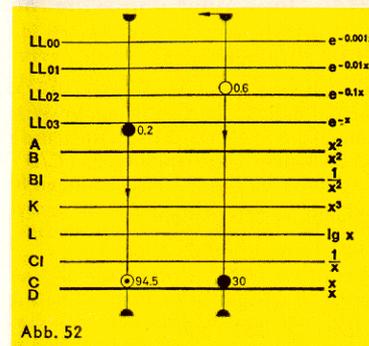


Abb. 52

20.1.4

Will man einen Logarithmus mit einer konstanten Zahl multiplizieren, so werden die Konstante auf Skala C und die Basis des Logarithmus auf Skala LL untereingestellt, um wieder eine Tabellenstellung für die Multiplikation der Konstanten mit Logarithmen der eingestellten Basis zu erhalten.

Für $x = c \cdot \log_a y$ wird die Proportionsform geschrieben:

$$\frac{x}{\log_a y} = \frac{c}{1} = \frac{c}{\log_a a}$$

$$2 \cdot \log_{10} 100 = 4$$

$$2 \cdot \log_{10} 1,8 = 0,511$$

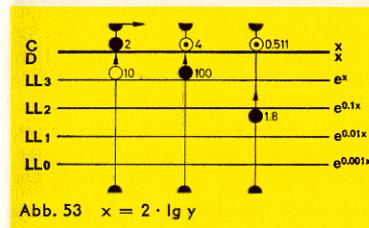


Abb. 53 $x = 2 \cdot \lg y$

Alle Logarithmen der Basis 10 können nach Abb. 53 mit dem Faktor 2 multipliziert werden, mit den LL0-Skalen auch die Logarithmen von Werten < 1 .

In der Elektrotechnik ist es häufig erforderlich, die Dezibel zu einem gegebenen Spannungsverhältnis zu berechnen: $d \text{ B} = 20 \cdot \lg \frac{U_1}{U_2}$.

20.2 Hyperbolische Funktionen

Die sinnvolle Anordnung der Exponentialskalen ermöglicht die verhältnismäßig einfache Bildung hyperbolischer Funktionen. Da sich die Potenzwerte mit negativen und positiven Exponenten gegenüberstehen, genügt eine Läuferstellung zur Ablesung von e^{+x} und e^{-x} , woraus sich die hyperbolischen Funktionen leicht errechnen lassen.

$$\sinh x = \frac{1}{2} (e^x - e^{-x})$$

$$\cosh x = \frac{1}{2} (e^x + e^{-x})$$

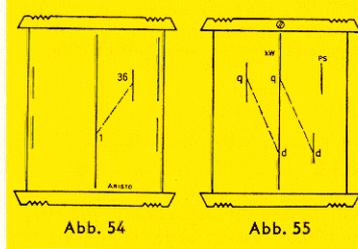
$$\tanh x = \frac{(e^x - e^{-x})}{(e^x + e^{-x})}$$

21. Der Läufer und seine Marken

21.1 Die Marke 36

Der Läufer hat auf der Vorderseite (Abb. 54) rechts oben einen kurzen Strich, der auf den Skalen CF/DF den Wert 36 angibt, wenn der Mittelstrich über dem Anfang der Skalen C/D steht. Auf diese Weise multipliziert man mit 36, wenn man bei beliebiger Läuferstellung von C/D nach CF/DF überwechselt; dadurch bietet der Läufer bequeme Umrechnungen für:

1 Stunde	= 3600 Sekunden
1 m/s	= 3,6 km/h
1°	= 3600''
100 %	= 360°
1 Jahr	= 360 Tage
1 kWh	= $3,6 \cdot 10^6$ J
κ_{Al}	= $36 \frac{m}{\Omega \text{ mm}^2}$ (Leitwert)



21.2 Die Marken 2π

Außer der Marke 36 befinden sich auf der Vorderseite (Abb. 54) am linken und rechten Rand des Läufers über den Skalen C/D und CF/DF die Marken 2π. Sie sind in der Mitte unterbrochen, damit keine Verwechslung mit dem Haupt-Läuferstrich vorkommen kann. Die 2π-Marken werden vor allem für Schwingungsberechnungen benötigt.

Mit der Marke 2π wird multipliziert, indem die rechte 2π-Marke über den Faktor gestellt und das Ergebnis unter der linken 2π-Marke abgelesen wird. In der umgekehrten Reihenfolge wird die Division ausgeführt.

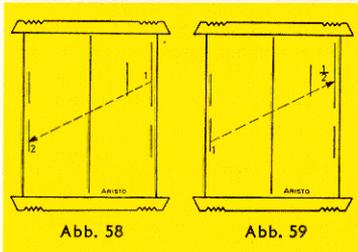
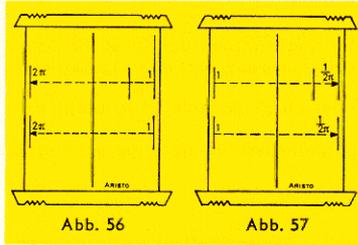
Beispiel 1: Bestimme die Frequenz

$f = \frac{\omega}{2\pi}$ eines Oszillators aus der Kreisfrequenz $\omega = 372$ Hz. Der Läufer wird mit der linken 2π-Marke über 3-7-2 der Skala D gestellt und unter der rechten 2π-Marke auf Skala D wird das Ergebnis $f = 59,2$ Hz abgelesen.

Beispiel 2: Bestimme den induktiven Widerstand $X_L = 2\pi fL$ einer Spule, wobei die Frequenz $f = 59,2$ Hz, die Induktivität $L = 21,5$ mH ist.

Die 1 von CF wird unter 5-9-2 von DF gestellt. Anschließend ist die rechte 2π-Marke über 2-1-5 von CF zu bringen, um das Ergebnis 8Ω unter der linken 2π-Marke in DF ablesen zu können.

Im Zusammenhang mit den 2π-Läufermarken und den Skalen C/D bzw. CF/DF lassen sich Multiplikationen und Divisionen mit 2 ohne Zungeneinstellung vornehmen. Eine Multiplikation mit 2 wird durchgeführt, indem die rechte obere 2π-Marke über dem Faktor auf DF gestellt wird. Auf D unter der linken 2π-Marke ist dann das Ergebnis abzulesen. In umgekehrter Richtung wird durch 2 dividiert.



21.3 Kreisflächen, Gewicht von Flußstahlstangen

Auf der Rückseite des Läufers (Abb. 55) gibt der Abstand vom Mittelstrich zum linken oberen und zum rechten unteren kurzen Strich den Faktor $\pi/4 = 0,785$ (bezogen auf die Quadratskalen) zur Berechnung von Querschnitten (Kreisflächen) nach der Formel $q = d^2 \pi/4$ an. Steht der mittlere Läuferstrich über dem Durchmesser d auf Skala D, kann der Querschnitt links oben auf Skala A abgelesen werden.

Die gleiche Beziehung besteht auch zwischen dem rechten unteren und dem mittleren Strich. Da der Strichabstand gleichzeitig dem spezifischen Gewicht $7,85 \text{ g/cm}^3$ von Flußstahl entspricht, kann — anschließend an die Querschnittsablesung am Mittelstrich — das Gewicht von Flußstahlstangen für die Längeneinheit am linken Strich abgelesen werden. Zieht man den Anfang der Zungenskala B schließlich unter diesen linken oberen Strich, so erhält man beim Verschieben des Läufers das Gewicht für jede beliebige Länge.

21.4 Die Marken kW und PS

Der Abstand zwischen dem Mittelstrich und der rechten oberen Marke gibt in den Quadratskalen den Faktor für die Umwandlung von kW in PS und umgekehrt an (s. Abb. 55).

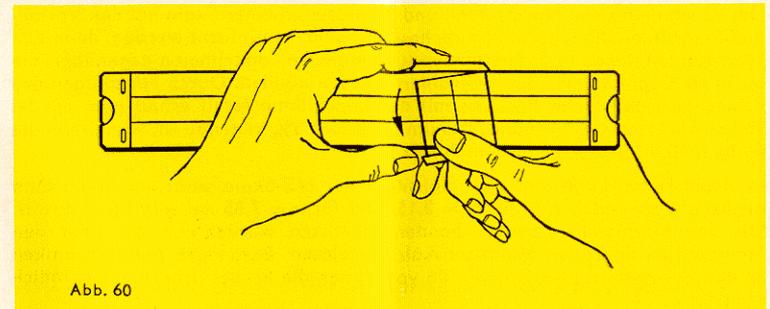
Stellt man z. B. den Mittelstrich auf 20 kW, so gibt die obere rechte Marke 27,2 PS an. Umgekehrt liefert die Einstellung von 7 PS mit der rechten Marke am Mittelstrich 5,15 kW. Für Umrechnungen im Zollsystem gibt es einen Spezialläufer mit der Marke HP. Dieser Läufer ist unter der Bezeichnung L 0969 E erhältlich.

21.5 Abnehmen des Läufers

Die Läuferstriche sind zum Skalenbild so justiert, daß während der Rechnung der Übergang von einer Seite des Rechenstabes zur anderen möglich ist. Der Läufer kann zum Zwecke der Reinigung abgenommen werden, ohne daß dabei die Justierung verlorengeht solange die Schraube an der Läuferleiste nicht gelöst wird.

Zum Abnehmen wird der Läufer fest mit einer Hand an der Läuferleiste mit der Schraube angefaßt. Die Läuferleiste ohne Schraube löst sich aus der Rastung der Läufergläser durch Verdrehen der anderen Läuferleiste quer zum Rechenstab (Abb. 60). Die Läufergläser und die Läuferleiste können dann abgezogen werden.

Beim Aufsetzen des Läufers ist darauf zu achten, daß die Läufermarken für kW und PS über den Skalen A und B liegen müssen. Die Läuferleiste mit der Feder wird dann auf die Läufergläser gesetzt und unter leichtem Druck zum Einrasten gebracht.



21.6 Justieren des Läufers

Nach Lockerung der Justierschraube des Läufers wird der Rechenstab umgedreht, damit der Läuferstrich nach dem Skalenende von T1 und S ausgerichtet werden kann. Ohne den Läufer zu verschieben, wird der Rechenstab gewendet und auf den Tisch gelegt, um die andere Läuferseite nach den Hilfsmarken in den LL-Skalen auszurichten. Dann wird die Schraube wieder festgezogen.

22. Der Normzahlen-Maßstab 1364

(nur für 0969)

22.1 Aufbau der Normzahlen-Skala

Normung und Typisierung sind wichtige Faktoren jeder rationellen Fertigung geworden; damit erlangen die Normzahlen (NZ) in der Technik immer mehr Bedeutung. Die Normzahlen nach DIN 323 sind ausgewählte Werte einer geometrischen Reihe, die auf das dekadische Zahlensystem zugeschnitten sind. Die Zusammenhänge werden beim Betrachten der logarithmischen Teilung D und der dazugehörigen Mantissenskala L sehr deutlich.

Gegenüber den gleichmäßig gestuften Mantissenwerten der Skala L stehen in Skala D die dazugehörigen Numeri. Die Normzahlen nach DIN 323 sind Abrundungen dieser Numeri.

Aus den Skalen L und D entsteht eine NZ-Skala, wenn man die D-Skala fortläßt und die Normzahlen an die entsprechenden Teilstriche der vereinfachten Mantissenskala anschreibt.

Den zehn bezifferten Teilstrichen der oberen Mantissteilung stehen die Normzahlen der Reihe R 10 gegenüber. Die Aufteilung der Mantissteilung in 20 gleiche Teile führt zu den Normzahlen der Reihe R 20 und aus 40 gleichen Intervallen wird die Reihe R 40 gebildet.

Neben dem mm-Maßstab sind die NZ-Werte zusätzlich markiert, und zwar die Reihe: R 10 mit Pfeilspitzen, R 20 mit Strichen und R 40 mit Punkten. Damit können NZ-Werte in Zeichnungen abgetragen werden.

22.2 Zweck der NZ-Skala

In erster Linie soll die NZ-Skala eine Gedächtnisstütze sein, so daß die gebräuchlichsten NZ-Werte immer zur Hand sind. Ferner sind sie praktisch für die Herstellung einfacher und doppeltlogarithmischer Netze auf gewöhnlichem kariertem Papier für übersichtliche nomographische Auswertungen. Da das Multiplizieren und Dividieren von Normzahlen mit bzw. durch Normzahlen immer wieder eine Normzahl ergibt, wird eine Netztafel aus Normzahlen zur graphischen Rechentafel.

Die Vereinigung von Normzahlen und Mantissen in einer Skala hat den Vorteil, daß logarithmische Überschlagsrechnungen sehr vereinfacht werden, denn den Normzahlen stehen in der Mantissenskala einfache Logarithmen gegenüber, die leicht im Kopf addiert oder subtrahiert werden können. Durch Hinzufügen der Kennziffern (wie beim Rechnen mit der Logarithmentafel) erhält man ein im Stellenwert richtiges Ergebnis, das um höchstens 3% ungenau ist, wenn man die Reihe R 40 in die Rechnung einschließt.

In vielen Fällen kann man sich gleichfalls der NZ-Skala bedienen, wenn man großzügig abrundet, z. B. für $\pi = 3,15$ oder für $\gamma = 7,85$ den Wert $\gamma = 8$ setzt. Die den Normzahlen entsprechenden Mantissen werden aus der über den Normzahlen liegenden Mantissenskala abgelesen. Besondere Aufmerksamkeit ist den Kennziffern zu schenken, da von diesen die Rechensicherheit wesentlich abhängt.

Bei umfangreichen Formeln ist es vorteilhaft, die Logarithmen beim Ablesen aufzuschreiben, um die Addition nachprüfen zu können. Natürliche Zahlen kleiner als 1 (z. B. 0,8) werden oft besser durch negative Logarithmen ausgedrückt, z. B. $\lg 0,8 = -0,1$ statt $\lg 0,8 = 0,9 - 1$.

Die Teilungen L und D erlauben eine genauere logarithmische Rechnung, denn sie bilden eine dreistellige graphische Logarithmentafel.

22.3 Logarithmische Maßstäbe

Für das genauere Auftragen von logarithmischen Skalen oder Netzen befinden sich auf dem NZ-Maßstab logarithmische Teilungen der Basislängen 200 mm, 150 mm, 100 mm, 50 mm und 25 mm. Die Basislängen 125 mm und 250 mm können der Rechenstabzuge entnommen werden.

22.4 Umrechnungsfaktoren für nichtmetrische Einheiten

Beim Studium englischer und amerikanischer Fachbücher bereiten die nichtmetrischen Einheiten große Schwierigkeiten, weil die Beziehungen zum metrischen System oft mühselig in der Literatur gesucht werden müssen. Diese Sucharbeit nehmen die Tabellen des Maßstabes weitgehend ab, weil darauf die wichtigsten Umrechnungsfaktoren zusammengestellt sind. Als Grundlage diente hauptsächlich U. Stille, Messen und Rechnen in der Physik, Verlag Vieweg & Sohn.

22.5 Veröffentlichungen über Normzahlen

Berg, S.: Angewandte Normzahl, Berlin und Köln 1949.

Kienzle, O.: Normungszahlen, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1950.

Tuffentsammer, K., und P. Schumacher: Normzahlen — die einstellige Logarithmentafel des Ingenieurs. Werkstattstech. und Masch.-Bau 43 (1953), S. 156.

Tuffentsammer, K.: Das Dezilog, eine Brücke zwischen Logarithmen, Dezibel, Neper und Normzahlen. VDI-Zeitschrift 98 (1956), S. 267/74.

Strahringer, W.: Zauberwelt der Normzahlen, Verlags- und Wirtschaftsgesellschaft der Elektrizitätswerke m. b. H. VWEV, Frankfurt a. M. 1952.

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten
Nachdruck, auch auszugsweise, nicht gestattet

© 1957 by ARISTO-WERKE · DENNERT & PAPE KG · HAMBURG · IA/ILS/X
Printed in Germany by Borek KG. · 7640