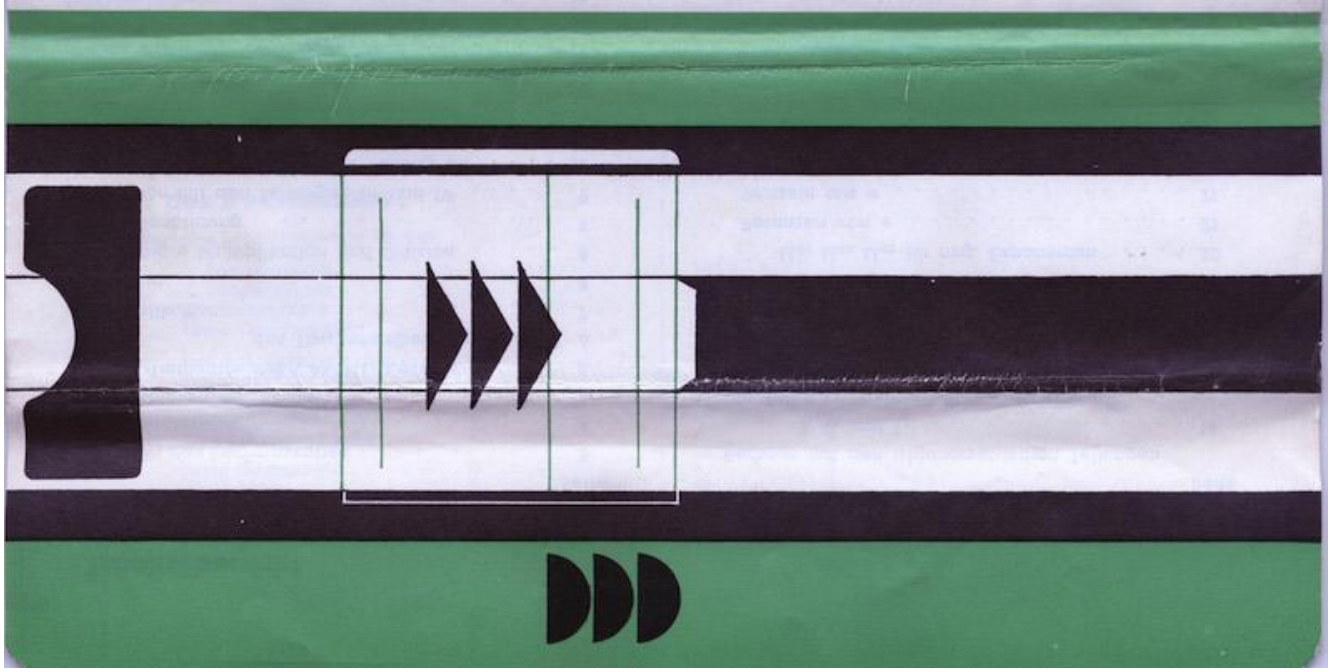
FABER-CASTELL

Rechenstab-Anleitung

CASTELL-DUPLEX

PRÄZISIONS-RECHENSTÄBE
Nr. 2/82 N 62/82 N



Inhaltsübersicht

	Seite
Skalen des Rechenstabes	3
Konstantentabelle	4
Das Ablesen der Skalen	4
Die Teilungen des CASTELL-Duplex 2/82	5
des Taschenstabes Duplex 62/82	6
Multiplikation	7
Division	8
Vereinigte Multiplikation und Division	8
Tabellenbildung	9
Rechnen mit den Teilungen CF und DF	9
Rechnen mit der reziproken Teilung CIF	10
Rechnen mit der reziproken Teilung CI	11
Rechnen mit der reziproken Teilung BI	12
Quadrat und Quadratwurzel	13
Kubus und Kubikwurzel	13
Das Rechnen mit der Kubenteilung K'	14
Rechnen mit der pythagoreischen Teilung P	15
Rechnen mit den trigonometrischen Teilungen S, T_1 und T_2	16
Die Teilung für kleine Winkel ST und die Marke ϱ auf Teilung C und D	18
Rechnen mit der Mantissenteilung L	19
Die Exponentialteilungen LL_1 LL_2 LL_3 für pos. Exponenten und LL_{01} LL_{02} LL_{03} für neg. Exponenten	20
Potenzen von e	21
Wurzeln aus e	21
Die natürlichen Logarithmen	22
Potenzen beliebiger Zahlen	22
Wurzeln beliebiger Zahlen	23
Die dekadischen Logarithmen	23
Logarithmen mit beliebiger Basis	24
Das Rechnen mit komplexen Zahlen	25
Bedeutung der Skalenmarken	26
Der Läufer	27

Copyright 1962 A. W. Faber-Castell, Stein bei Nürnberg

Anleitung zu den doppelseitigen Rechenstäben Castell-Duplex

Der doppelseitig ausgebildete Rechenstab „CASTELL-Duplex" stellt eine praktische Erweiterung des Rechenstabmodells „Darmstadt" dar. Der Aufbau der Hauptskalen wurde auch entsprechend diesem allgemein bekannten und bewährten Modell beibehalten; die zusätzlichen Skalen sind in sinnvoller Anordnung angegliedert worden.

Der Rechenstab „CASTELL-Duplex" wird von Ingenieuren, Technikern, Hochschul- und Ingenieurschul-Studenten bevorzugt, welche besonders hohe Anforderungen an ein solches Rechengerät stellen.

In dieser Gebrauchsanweisung werden zuerst die Teilungen und dann das Ablesen der Werte erklärt. Es folgt eine Einführung in die Grundzüge des Stabrechnens und in einem Anhang werden in klar gegliederten Ablesebildern alle Rechenmöglichkeiten des Duplex-Rechenstabes gebracht.

Der Käufer und Benutzer eines solchen Stabes wird ohne weiteres in der Lage sein, Bedeutung und Arbeitsweise der Einstellbilder zu erkennen.

Skalen des Rechenstabes

Die **Vorderseite** trägt folgende Skalen:

1. Tangensskala	T_1	$\tan 0{,}1\,x$	oberer Körper
2. Tangensskala	T_2	$\tan x$	
Mantissenskala	L	$\lg x$	
feste Quadratskala	A	x^2	
bewegl. Quadratskala	B	x^2	Zunge
Reziprokskala zu B	BI	$100 : x^2$	
Reziprokskala zu C	CI	$10 : x$	
bewegl. Sinusskala	S'	$\sin 0{,}1\,x$	
bewegl. Grundskala	C	x	
feste Grundskala	D	x	unterer Körper
Sinus-Skala	S	$\sin 0{,}1\,x$	
Bogenmaßskala für kleine ∢	ST	$\arc 0{,}01\,x$	
Pythagoreische Skala	P	$\sqrt{1-(0{,}1\,x)^2}$	

Die **Rückseite** trägt folgende Skalen:

Exponentialskalen für negative Exponenten	LL_{03}	e^{-x}	oberer Körper
	LL_{02}	$e^{-0{,}1\,x}$	
	LL_{01}	$e^{-0{,}01\,x}$	
feste Kubenskala	K	x^3	
feste π-versetzte Grundskala	DF	$\pi\,x$	
bewegliche π-versetzte Grundskala	CF	$\pi\,x$	Zunge
bewegl. Kubenskala	K'	x^3	
reziproke π-versetzte Grundskala	CIF	$1 : \pi\,x$	
Reziprokskala zu C	CI	$1 : x$	
Grundskala	C	x	
Grundskala	D	x	unterer Körper
Exponentialskalen für positive Exponenten	LL_1	$e^{0{,}01\,x}$	
	LL_2	$e^{0{,}1\,x}$	
	LL_3	e^{x}	

Alle Skalen sind auf die Grundskalen C und D bezogen und tragen am rechten Stabende die mathematische Formelbezeichnung, die auf die Bezifferung der Grundskalen ausgerichtet ist.
Der den Stab gänzlich umfassende Läufer ermöglicht eine Verbindung des Rechnungsganges über alle Skalen der Vorder- und Rückseite des Rechenstabes.
Die um π versetzten Grundskalen CF und DF erleichtern die Rechnungen mit der Zahl π und erübrigen ein Durchschieben der Zunge bei Multiplikationen auf den Grundskalen. Mit Hilfe des Kubenskalenpaares lassen sich Formeln mit Kubenfaktoren und Kubikwurzeln im direkten Rechnungsgang errechnen. Die erweiterte Tangensskala T_2 ermöglicht ein direktes Rechnen bis zum Winkel von 84,5°.

Konstantentabelle

Man kann sie als Vergleichsmaßstab von cm und inch verwenden. Sie wird unter den Läufer geschoben und am Rand der linken Metallasche in Anschlag gebracht. Mit dem Läuferstrich können inch und cm verglichen werden.

Das Ablesen der Skalen

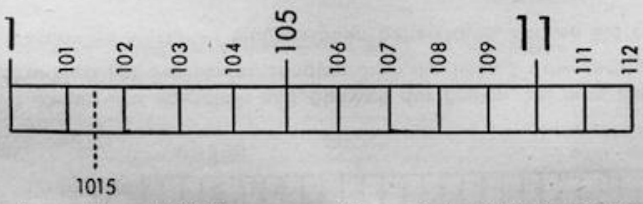
Es ist zu merken:

Der Rechenstab zeigt nicht die Größenanordnungen einer Zahl an. So kann also z. B. der auf dem Stab eingetragene Wert 6 sowohl 6; 0,6; 60; 600; 6000; 0,006 usw bedeuten.* Die Stellung des Kommas wird durch Überschlagsrechnung mit abgerundeten Zahlen nachträglich ermittelt. In den meisten praktischen Aufgaben ist die Stellung des Kommas im voraus bekannt, so daß sich weitere Stellenwertregeln erübrigen. Man macht sich die Unterteilung der Skalen am besten an den beiden Grundskalen C und D klar. Ist uns deren Einteilung vertraut, werden wir auch die übrigen Skalen verstehen.

* Eine Ausnahme bilden die Exponentialskalen (s. S. 20 oben).

Die Teilungen des Duplex-Rechenstabes Nr. 2/82 N mit 25 cm Teilungslänge

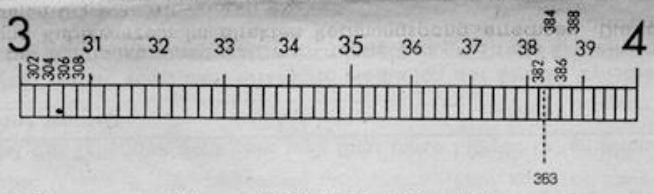
Ausschnitt aus dem Teilungsbereich von 1 bis 2 (Skala C u. D)



Von Leitzahl 1 zu Leitzahl 1.1
10 Unterabschnitte zu je
10 Intervallen
(= 1/100 oder 0,01 pro Teilstrich)

Hier lassen sich ohne weiteres 3 Stellen genau ablesen (z. B. 1-0-1). Durch **Halbieren** *der Strecke zwischen 2 Teilstrichen kann man 4 Ziffern genau einstellen (z. B. 1-0-1-5). Die letzte Zahl ist dann immer eine 5.*

Ausschnitt aus dem Teilungsbereich von 2—4 (Skala C u. D)



Von Leitzahl 3 zu Leitzahl 4
10 Unterabschnitte zu je
5 Intervallen
(= 1/50 oder 0,02 pro Teilstrich)

Hier lassen sich 3 Ziffern genau ablesen (3-8-2). Letzte Ziffer ist immer eine gerade Zahl (2, 4, 6, 8). Halbiert man die Zwischenräume, erhält man auch die ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7, 9 (3-8-3).

Ausschnitt aus dem Teilungsbereich von 4—10 (Skala C u. D)

Von Leitzahl 8 zu Leitzahl 9
Von Leitzahl 9 zu Leitzahl 10
je 10 Unterabschnitte zu je
2 Intervallen
(= 1/20 oder 0,05 pro Teilstrich)

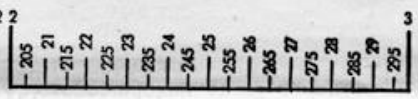
Hier kann man 3 Stellen genau ablesen, wenn die letzte Ziffer eine 5 ist (9-0-5). Durch Halbieren der Zwischenräume erhält man sogar 4 genaue Stellen. Die letzte Ziffer ist auch hier stets eine 5 (9-0-7-5).

Die Teilungen des Taschen-Rechenstabes Nr. 62/82 N mit 12,5 cm Teilungslänge

Ausschnitt aus Teilungsbereich 1-2
Von Leitzahl 1 zu Leitzahl 1,2

Hier lassen sich 3 Stellen genau ablesen. Die ungeraden Zahlen erhält man durch Halbieren der Zwischenräume (101, 103 usw.).

Ausschnitt aus Teilungsbereich 2-5
Von Leitzahl 2 zu Leitzahl 3



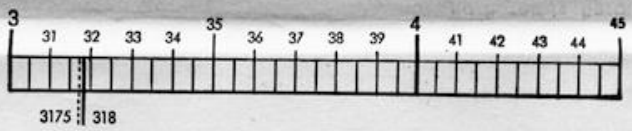
Hier kann man ebenfalls 3 Stellen genau ablesen, wenn die Endzahl eine 5 ist.

Ausschnitt aus Teilungsbereich 5-10
Von Leitzahl 5 zu Leitzahl 7

Hier kann man 2 Stellen genau ablesen, bzw. sind diese durch Teilstriche markiert.

Der Ablesebereich der Teilungen geht aber weit über diese Möglichkeiten hinaus. Die weiteren Zwischenwerte müssen jedoch abgeschätzt werden.

Beispiel: Um 318 zu finden, sucht man erst durch Halbieren der Strecke zwischen 3-1-5 und 3-2 den Wert 3-1-7-5, rückt den Läuferstrich eine Kleinigkeit nach rechts und erhält die Einstellung 318.



Man übe zunächst einmal das Einstellen und Ablesen der Zahlen, bis man eine gewisse Sicherheit erreicht hat.
Man verwende dazu nicht nur den Läufer, sondern auch die linke 1 oder rechte 10 des Schiebers (unten).

Wenn Sie das Ablesen und Einstellen einigermaßen beherrschen, können Sie zur Praxis übergehen.

Multiplikation

$\boxed{a \cdot b}$

Man verwendet vor allem die Hauptskalen C und D.

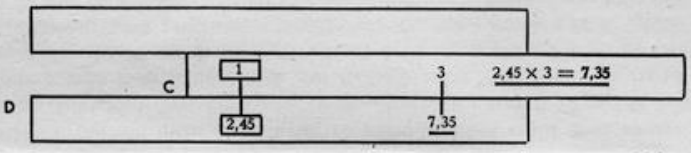


Abb. 4

Beispiel: 2,45 · 3 = 7,35

Man stellt 1 am Zungenanfang (**C** 1) über 2,45 der unteren Stabskala (**D** 245), bringt den Läuferstrich über 3 der unteren Zungenskala (**C** 3) und liest das Produkt 7,35 unter dem Läuferstrich auf der unteren Stabskala (**D** 735) ab.

Es kommt beim Rechnen auf den unteren Skalen **C** und **D** vor, daß die Zunge mit der Einstellung **C** 1 über 1. Faktor auf Skala **D** zu weit nach rechts heraussteht, so daß der 2. Faktor nicht mehr auf C eingestellt werden kann.

Durchschieben der Zunge

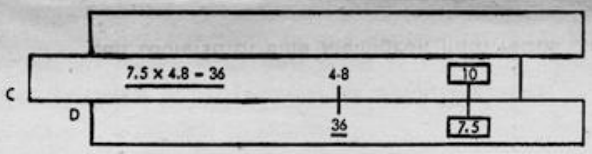


Abb. 5

Beispiel: 7,5 · 4,8 = 36

In diesem Fall schiebt man die Zunge nach links so weit durch, bis statt Zungenanfang **C** 1 das Zungenende **C** 10 (mit 1 bezeichnet) über dem 1. Faktor auf Skala **D** steht.

Man nennt diesen Vorgang „Durchschieben der Zunge". Man kann es vermeiden, wenn man im Bedarfsfall gleich **C** 10 (Zungenende) über den 1. Faktor stellt. Ein geübter Rechner weiß sofort, welche Einstellung er wählt, ob „Zungenanfang **C** 1 über 1. Faktor" oder aber „Zungenende **C** 10 (mit 1 bezeichnet) über 1. Faktor".

Übungsbeispiele: Einstellung „Zungenanfang C 1 über 1. Faktor": 1,82 · 3,9 = 7,1; 0,246 · 0,37 = 0,091; 213 · 0,258 = 54,95
Einstellung „Zungenende C 10 über 1. Faktor": 4,63 · 3,17 = 14,68; 0,694 · 0,484 = 0,336
Das „Durchschieben der Zunge" ist bei den π-versetzten Skalen CF und DF nicht erforderlich (s. S. 11).

Es kann aber auch auf den Skalen **A** und **B** gerechnet werden, was bei zusammengesetzten Aufgaben zeitweise sehr nützlich ist. Dabei ist allerdings die Ablesegenauigkeit etwas geringer.

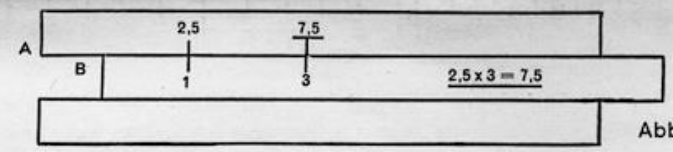


Abb. 6

Beispiel: 2,5 · 3 = 7,5

Man stellt den Anfang der Zungenskala (**B** 1) unter 2,5 der oberen Stabskala (**A** 25), bringt dann den Läuferstrich über 3 der oberen Zungenskala (**B** 3) und liest das Produkt 7,5 unter dem Läuferstrich auf der oberen Stabskala (**A** 75) ab.

Division

Mit Hilfe des Läuferstrichs stellt man Zähler auf D und Nenner auf C gegenüber und kann unter Zungenanfang C 1 oder Zungenende C 10 das Ergebnis ablesen.

Beispiel: 9,85 : 2,5 = 3,94

$\boxed{\frac{a}{b}}$

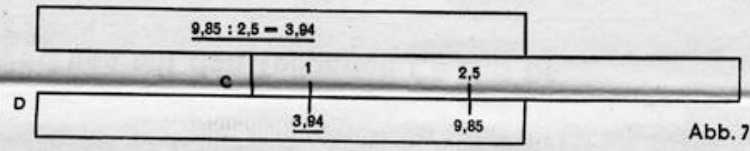


Abb. 7

Man schiebt zuerst den Läuferstrich über den Zähler 9,85 auf der unteren Stabkörperskala D, zieht dann den Nenner 2,5 (auf Teilung C) unter den Läuferstrich. Jetzt stehen sich Zähler und Nenner gegenüber und unter dem Zungenanfang C 1 kann man das Ergebnis 3,94 auf Skala D ablesen.

Übungsbeispiele: 970 : 26,8 = 36,2; 285 : 3,14 = 90,7; 7500 : 835 = 8,98; 0,685 : 0,454 = 1,51; 68 : 258 = 0,264

Selbstverständlich ist dieser Rechenvorgang auch auf den oberen Skalen ausführbar. Die Ablesung erfolgt über dem rechten oder linken Zungenende (**B** 1 oder **B** 100) auf der Teilung **A**.

Vereinigte Multiplikation und Division

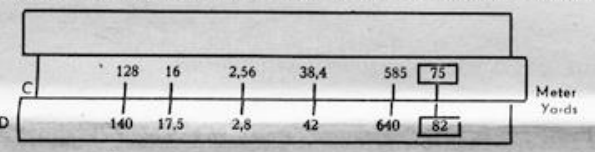
Beispiel: $\frac{13,8 \cdot 24,5 \cdot 3,75}{17,6 \cdot 29,6 \cdot 4,96} = 0,491$ Übungsbeispiele: $\frac{38,9 \cdot 1,374 \cdot 16,3}{141,2 \cdot 2,14} = 2,883$; $\frac{1,89 \cdot 7,68 \cdot 8,76}{0,723 \cdot 4,76} = 36,95$

$\boxed{\frac{a \cdot b \cdot c}{d \cdot e \cdot f}}$

Man beginnt stets mit der Division und läßt dann abwechselnd Multiplikation und Division folgen. Die Zwischenergebnisse brauchen nicht abgelesen zu werden. Man stellt also zuerst D 1-3-8 und C 1-7-6 mit Hilfe des Läuferstrichs gegenüber (Division). Das Ergebnis, angenähert 0,8 unter **C** 10 auf **D**, bleibt unabgelesen und wird sofort mit 24,5 multipliziert, indem man den Läuferstrich auf **C** 2-4-5 setzt. Das Ergebnis (rund 1-9 auf **D**) wird hierauf durch 29,6 dividiert, indem man den Läuferstrich festhält und **C** 2-9-6 darunter schiebt. Es folgt die Multiplikation des Ergebnisses (0,65 unter **C** 10 auf **D**) mit 3-7-5 und anschließend die Division durch 4,96 in gleicher Weise. Das Ergebnis 0,491 kann man dann unter **C** 10 auf **D** ablesen. Ebenso kann auf **A** und **B** gerechnet werden.

Tabellenbildung

Man stellt bei der Tabellenbildung die jeweilige Parität ein und kann dann Umrechnungen von Maßen, Gewichten und anderen Einheiten untereinander durchführen. Ist die Einheit z. B. 1 inch = 25,4 mm bekannt, stellt man C 1 über den entsprechenden Wert; ist die Parität, z. B. 75 lbs. = 34 kg, bekannt, stellt man auf C und D beide Werte gegenüber.
Beispiel: Man will Yards in Meter umrechnen: 82 Yards = 75 Meter.



Man stellt **C** 75 über **D** 82. Damit ist eine Tabelle hergestellt und man kann ablesen. 42 Yards sind 38,4 m, 2,8 Yards sind 2,56 m; 640 Yards sind 585 m; 16 m sind 17,5 Yards; 128 m sind 140 Yards usw.

$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} : \frac{e}{f}$

Übungsbeispiele

1 engl. Zoll = 25,4 mm (Parität 26" = 66 cm). Stelle C 1 über D 2-5-4 und lies mit Hilfe des Läuferstrichs ab:
17 Zoll = 43,2 cm
38 Zoll = 96,6 cm

1 m Stoff kostet DM 45,—.
Stelle C 10 über D 45 und lies mit Hilfe des Läuferstrichs ab:
3,20 m Stoff kosten DM 144,—
2,40 m Stoff kosten DM 108,—

Kursrelation 1 $ = DM 4,—.
Stelle C 10 über D 4-0-0 und lies mit Hilfe des Läuferstrichs ab:
$ 2.61 = DM 10,44
$ 4.73 = DM 18,92

Wenn man beim Tabellenbilden einzelne Werte nicht mehr einstellen und ablesen kann, weil die Zunge zu weit heraussteht, behilft man sich wieder mit dem „Durchschieben der Zunge", d. h. man „hält die Einstellung fest", indem man den Läuferstrich über C 1 stellt. Anschließend schiebt man die Zunge durch, bis C 10 an Stelle von C 1 steht.
Es kann vorkommen, daß einzelne Werte nicht mehr ablesbar sind, da der Schieber zu weit herausgezogen wurde. Hier ist ein Durchschieben des Schiebers nicht erforderlich; man verwendet vielmehr zum Weiterrechnen die Teilungen CF und DF, die anschließend erklärt werden.

Rechnen mit den Teilungen CF und DF

$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} : \frac{e}{f}$

1. Tabellenbildung

Da bei den π-versetzten Teilungen CF und DF der Wert 1 etwa in der Mitte liegt, kann man auf ihnen vorteilhaft beim Tabellenbilden weiterrechnen und dadurch ein Durchschieben der Zunge beim Rechnen auf C und D ersparen.
Beispiel: 75 engl. Pfund ergeben 34 kg. — Man stellt **C** 3-4 über **D** 7-5 und hat damit die Umrechnung von engl. Pfund in kg. Allerdings kann man über 50 kg hinaus (**C** 5) nicht mehr ablesen. Auf **CF** und **DF** kann man mit Hilfe des Läuferstrichs die gewünschten Werte einstellen.

Kennt man die jeweilige Parität (z. B. 75 engl. Pfund = 34 kg) nicht, sondern etwa die Beziehung 1 lb = 0,454 kg, so stellt man **CF** 1 über **DF** 4-5-4 und hat dann auch die Umrechnung von lbs in kg.

2. Multiplikation

$a \cdot b$

Ist beim Multiplizieren auf C und D der 2. Faktor nicht einstellbar, bzw. muß ein Durchschieben des Schiebers vorgenommen werden, kann man dies vermeiden, indem man den 2. Faktor auf CF einstellt und das Ergebnis auf DF abliest.

Beispiel: $2{,}91 \cdot 4 = 11{,}64$. Man stellt **C** 1 über **D** 2-9-1, den Läuferstrich über **CF** 4 und liest darunter auf **DF** das Ergebnis 11,64 ab.

Übungsbeispiele: $18{,}4 \cdot 7{,}4 = 136{,}2$; $42{,}25 \cdot 3{,}7 = 156{,}3$; $1{,}937 \cdot 6 = 11{,}62$.

$a \cdot \pi$

3. Multiplikation und Division mit dem Wert π

Der Übergang von den Skalen C und D auf die Skalen CF bzw. DF ist direkt mit dem Läufer durchführbar und ergibt eine Multiplikation mit dem Faktor π.

Beispiel: $1{,}184\,\pi = 3{,}72$. Man stellt bei Nullstellung des Schiebers (**C** 1 über **D** 1 und **C** 10 über **D** 10) den Läuferstrich über **D** 1-1-8-4 und liest auf **DF** das Ergebnis 3,72 gleichfalls unter dem Läuferstrich ab.

Der umgekehrte Vorgang ergibt eine Division durch π.

Beispiel: $\frac{18{,}65}{\pi} = 5{,}94$. Man stellt den Läuferstrich über **DF** 1-8-6-5 und liest auf **D** das Ergebnis 5,94 ab.

$\frac{a}{\pi}$

Rechnen mit der reziproken Teilung CIF

Die **Skala CIF** wird zusammen mit den Skalen CF und DF verwendet.
Beispiele für die Multiplikation mit mehreren Faktoren:
$2{,}23 \cdot 16{,}7 \cdot 1{,}175 \cdot 24{,}2 = 1059$.

Lösung: CI-2,23 mit Hilfe des Läuferstrichs über D-16,7; Läuferstrich über CF-1,175; CIF-24,2 unter den Läuferstrich, Ergebnis 1059 auf DF unter CF-1 ablesen.

$0{,}53 \cdot 0{,}73 \cdot 39{,}1 \cdot 0{,}732 = 11{,}07$.

Lösung: CI-0,53 mit Hilfe des Läuferstrichs über D-0,73; Läuferstrich über CF-39,1; CIF-0,732 unter den Läuferstrich; Ergebnis 11,07 auf DF unter CF-1 ablesen.

Rechnen mit der reziproken Teilung CI

$\frac{1}{a}$

Sie ist von 1—10 unterteilt, entspricht also im Teilungsbild den Teilungen C und D, verläuft aber in entgegengesetzter Richtung und ist daher rot eingefärbt. Ihre Anwendung ergibt verschiedene Rechenmöglichkeiten.

1. Sucht man zu einer gegebenen Zahl a den reziproken Wert 1 : a, stellt man diese auf C oder CI ein und liest darüber auf CI oder darunter auf C den reziproken Wert ab. Die Ablesung geschieht ohne Verstellung des Schiebers, allein durch Läufereinstellung.

   Beispiele: 1 : 8 = 0,125; 1 : 2 = 0,5; 1 : 4 = 0,25; 1 : 3 = 0,333.

$\frac{1}{a^2}$

2. Sucht man $1 : a^2$, so richtet man den Läufer auf a der Teilung CI und liest darüber auf B das Ergebnis ab.

   Beispiel: $1 : 2{,}44^2 = 0{,}168$ Überschlag: weniger als $^1/_5 = 0{,}2$.

$\frac{1}{\sqrt{a}}$

3. Sucht man $1 : \sqrt{a}$, so stellt man den Läuferstrich auf a der Teilung B und findet auf CI das Ergebnis.

   Beispiel: $1 : \sqrt{27{,}4} = 0{,}191$ Überschlag: weniger als $^1/_5 = 0{,}2$.

$a \cdot b$

4. Man kann mit den Skalen D und CI auch **multiplizieren.** (Division mit reziprokem Wert = Multiplikation). Viele Stabrechner wenden diese Methode gern an.

   Beispiel: $0{,}66 \cdot 20{,}25 = 13{,}37$.

   Man geht wie bei der Division vor, d. h. stellt zuerst den Läuferstrich über 0,66 auf D, zieht dann 20,25 auf CI unter den Läuferstrich und kann nun das Produkt 13,37 auf D unter C 1 ablesen.

$a \cdot b \cdot c$

5. So einfach sind Produkte mit mehreren Faktoren zu lösen:

   Beispiel: $0{,}66 \cdot 20{,}25 \cdot 2{,}38 = 31{,}8$.

   Man multipliziert die beiden ersten Faktoren wie oben und hat mit C 1 über 13,37 (Zwischenergebnis) gleich die Einstellung für eine Multiplikation mit dem nächsten Faktor (nach der zuerst gelernten Methode auf S. 8 oben). Nun wird also der Läuferstrich über C 2,38 geschoben, Ergebnis 31,8 darunter auf D. Jetzt könnte man sofort wieder eine Multiplikation anschließen, indem man den nächsten Faktor auf CI unter den Läuferstrich schiebt und das Ergebnis unter C 1 (bzw. C 10) auf D abliest. Also abwechselnd Multiplikation mit Hilfe von D und CI (Methode s. oben) und anschließend mit Hilfe von C und D (erste Methode s. S. 7).

   Liegen die Faktoren ungünstig, kann man den 3. Faktor auf C nicht einstellen. Dann behilft man sich mit dem Durchschieben der Zunge.

$\frac{a}{b \cdot c}$

6. **Zusammengesetzte Multiplikation und Division**

   kann ebenfalls mit der Teilung CI vorteilhaft gerechnet werden.

   Beispiele: $\frac{36{,}4}{3{,}2 \cdot 4{,}6} = 2{,}473$ Übungsbeispiele: $\frac{44}{4{,}85 \cdot 3{,}66} = 2{,}48$; $\frac{4{,}773}{0{,}63 \cdot 1{,}24} = 6{,}11$; $\frac{23{,}1}{2{,}73 \cdot 17{,}9} = 0{,}473$

   Zuerst Division, also Läuferstrich über D 3-6-4, dann C 3-2 unter den Läuferstrich ziehen (Zwischenergebnis 11,37 unter C 1). Mit C 1 über D 11,37 hat man bereits die erste Einstellung der nun folgenden Multiplikation mit $\frac{1}{4{,}6}$ die mit Hilfe der Teilung CI ($\frac{1}{c}$) ausgeführt wird. Also schiebt man jetzt den Läuferstrich über CI 4,6 und findet gleichfalls unter dem Läuferstrich das Ergebnis 2,472.

   Weitere Verwendungsmöglichkeiten findet die CI-Skala bei den trigonometrischen und Exponential-Rechnungen.

Rechnen mit der reziproken Teilung BI

Die reziproke Quadratskala BI stellt die Umkehrung der Teilung B dar und arbeitet als Quadratskala mit CI, als reziproke Teilung mit A und B zusammen. Dies ist für zusammengesetzte Rechnungen vorteilhaft.

Man kann hier die gleichen Rechnungen ausführen wie unter 1—5 auf Seite 11, nur treten an Stelle der Teilungen A, B, CI, C und D die Teilungen D, C, BI, B und A.

Beispiel Nr. 1 von S. 11: 1 : 8 = 0,125. — Man stellt den Läuferstrich über 8 auf BI oder B und liest darüber auf B oder darunter auf BI den reziproken Wert 0,125.

Hier ein Beispiel für eine zusammengesetzte Rechnung, bei der besonders vorteilhaft von A und B aus auf BI weitergerechnet werden kann.

Beispiel: $(2{,}45 \cdot 3)^2 \cdot 2{,}27 = 122{,}6$

Man stellt C 1 über D 2-4-5, rückt den Läuferstrich über C 3, liest das Zwischenergebnis 7,35 (auf D) nicht ab, sondern findet gleichfalls unter dem Läuferstrich das Quadrat 54 auf A (Quadrieren s. S. 13). Dieses multipliziert man mit 2,27, indem man BI 2-2-7 unter den Läuferstrich zieht. Über B 1 auf A findet man das Ergebnis 122,6.

Beispiel: Gesucht ist die Oberfläche einer Kugel mit r = 7,2 cm.

$O = 4\pi r^2 = 651$ cm². Man stellt BI 4 unter A π und liest über C 7-2 auf A für O den Wert 651 cm² ab.

Quadrat und Quadratwurzel

Das **Quadrieren** erfolgt durch Übergang von der C- oder D-Skala auf die B- bzw. A-Skala, wobei vorteilhaft der mittlere Läuferstrich benutzt wird. Man stellt den Läuferstrich über den Wert auf D und liest darüber auf A das Quadrat ab.

Beispiel: Flächenberechnung eines Quadrats, dessen Seite 47 cm beträgt.

$F = 47^2 = 2209\ cm^2$. Man stellt den Läuferstrich über D 4-7 und findet darüber auf A das Ergebnis 2209. a^2

Übungsbeispiele: $1{,}345^2 = 1{,}81$; $4{,}57^2 = 20{,}9$; $0{,}765^2 = 0{,}585$; $67{,}3^2 = 4530$; $9{,}7^2 = 94{,}1$; $10{,}7^2 = 114{,}5$.

Das **Wurzelziehen** erfolgt entgegengesetzt. Man stellt den Läuferstrich über den Radikand auf A und liest auf D die Wurzel ab. Dabei ist es **nicht** gleichgültig, in welchem Bereich von A man den Radikand einstellt. $\sqrt{a}$

Es gilt folgende Faustregel:

Einstellung im linken Bereich 1-10 alle Zahlen mit **ungeradstelliger** Anzahl Stellen vor oder Nullen nach dem Komma.

Einstellung im rechten Bereich 10-100 alle Zahlen mit geradstelliger Anzahl Stellen vor oder Nullen nach dem Komma.

Man kann auch durch Absondern von Potenzen den Radikand in die Intervalle 1-10 bzw. 10-100 verlegen:

Beispiele: $\sqrt{1936}$. Man zerlegt $\sqrt{1936} = \sqrt{100 \cdot 19{,}36} = 10 \cdot \sqrt{19{,}36} = 10 \cdot 4{,}4 = 44$;

$\sqrt{0{,}543} = \sqrt{54{,}3 : 100} = \sqrt{54{,}3} : 10 = 7{,}37 : 10 = 0{,}737$; $\sqrt{0{,}00378} = \sqrt{37{,}8 : 10000} = \sqrt{37{,}8} : 100 = 6{,}15 : 100 = 0{,}0615$;

Übungsbeispiele: $\sqrt{10{,}24} = 3{,}2$; $\sqrt{62} = 7{,}88$; $\sqrt{4{,}56} = 2{,}14$; $\sqrt{7{,}68} = 2{,}77$; $\sqrt{45{,}3} = 6{,}73$; $\sqrt{70{,}8} = 8{,}41$.

Kubus und Kubikwurzel

a^3

Für die Kubenskalen K und K', die sich auf der Stabrückseite befinden, gilt die Beziehung: $\lg x^3 = 3 \lg x$, d. h. sie besitzen 3 Dekaden im Bereich der Grundskalendekade. Das Kubieren erfolgt durch Übergang von der C- oder D-Skala der Schieberrückseite auf die K'- bzw. K-Skala.

Übungsbeispiele: $1{,}54^3 = 3{,}65$, $2{,}34^3 = 12{,}8$; $4{,}2^3 = 74{,}1$; $6{,}14^3 = 232$; $8{,}82^3 = 686$; $0{,}256^3 = 0{,}0168$; $8{,}98^3 = 724$.

Das Kubikwurzelziehen erfolgt durch Übergang von den Skalen K' und K auf die Skalen C oder D, unter Verwendung des Läuferstrichs, wobei zu beachten ist, daß einstellige Zahlen links, zweistellige in der Mitte und dreistellige rechts eingestellt werden müssen.

Übungsbeispiele: $\sqrt[3]{4{,}66} = 1{,}67$; $\sqrt[3]{29{,}5} = 3{,}09$; $\sqrt[3]{192} = 5{,}77$; $\sqrt[3]{6{,}8} = 1{,}895$; $\sqrt[3]{0{,}645} = 0{,}864$; $\sqrt[3]{1953} = 12{,}5$. $\sqrt[3]{a}$

Bei Zusammenarbeit der **Kubenteilung K** mit der **Quadratteilung A** ist mit Hilfe des Läuferstrichs die Ausrechnung von Potenzen mit den Exponenten $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{2}$ möglich. $a^{\frac{3}{2}}$

Beispiel: $\overset{3}{7{,}5^2} = 20{,}5$ Man stellt den Läuferstrich über 7,5 auf A und liest gleichfalls unter dem Läuferstrich auf K das Ergebnis 20,5 ab.

Beispiel: $\overset{2}{132^3} = 25{,}9$ Man stellt den Läuferstrich über 132 auf K und liest gleichfalls unter dem Läuferstrich auf A das Ergebnis 25,9 ab.

Übungsbeispiele: $\overset{3}{0{,}033^2} = 0{,}006$; $\overset{3}{22{,}7^2} = 108{,}2$; $\overset{3}{0{,}33^2} = 0{,}1895$; $\overset{2}{5{,}2^3} = 3$; $\overset{2}{64^3} = 16$; $\overset{2}{14^3} = 5{,}8$. $a^{\frac{2}{3}}$

Das Rechnen mit der Kubenteilung K'

Die bewegliche Kubenteilung K' bringt wieder den Vorteil, daß man bei zusammengesetzten Rechnungen auf ihr, von K ausgehend, weiterrechnen kann. a^3

Beispiel: $\frac{3{,}09^3}{2{,}1} = 14{,}05$. — Man stellt den Läuferstrich über C 3-0-9 der Schieberrückseite und findet unter dem Läuferstrich auf K die Kubikzahl (29,5), die man sofort durch 2,1 dividiert, indem man K' 2-1 unter den Läuferstrich schiebt. Über K' 1 liest man das Ergebnis 14,05 auf K ab.

Übungsbeispiele:

Gegeben: $Q = 4{,}4\ m^3/sek.$; $Cq = 4{,}37$; $n = 1460$ Upm Gesucht: Laufraddurchmesser

Lösung: $D = Cq \sqrt[3]{\frac{Q}{n}} = 4{,}37 \sqrt[3]{\frac{4{,}4}{1460}} = 0{,}63\ m$ $\sqrt[3]{a}$

Man dividiert die Werte Q durch n, indem man K' 1-4-6 mit Hilfe des Läuferstrichs unter K 4-4 stellt. Unter CF 1 steht die Kubikwurzel aus dem Quotienten, die nicht abgelesen zu werden braucht. Mit dieser Einstellung haben wir aber sogleich den Ansatz zur Multiplikation mit 4,37, d. h. wir brauchen nur noch den Läuferstrich über CF 4-3-7 zu ziehen und können darunter auf DF das Ergebnis 0,63 ablesen.

Gegeben: $h = 18{,}5$ cm; $b = 10{,}7$ cm. Gesucht: Trägheitsmoment eines Rechteckquerschnitts $I = \frac{b \times h^3}{12}$

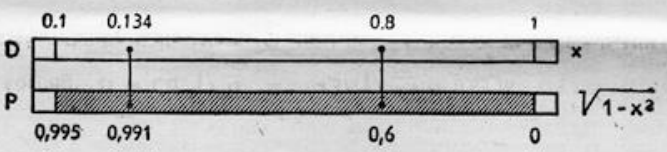
Man stellt den Läuferstrich über D 1-8-5, wendet den Stab um und schiebt K' 1-2 unter den Läuferstrich; über K' 1-0-7 kann sofort $I = 5650\ cm^4$ abgelesen werden.

Rechnen mit der pythagoreischen Teilung P

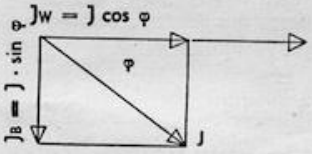
$\sqrt{1-x^2}$

Diese Teilung stellt die Funktion $y = \sqrt{1-x^2}$ dar; sie arbeitet mit **D** (= x) zusammen, deren Werte man von 0,1 bis 1 lesen muß. Die Teilung ist gegenläufig, daher rot gefärbt.

Wird auf D der Wert x eingestellt, kann dazu auf P der Wert $y = \sqrt{1-x^2}$ abgelesen werden oder umgekehrt bei Einstellung von y auf D der Wert $x = \sqrt{1-y^2}$ auf P.



Beispiel: $y = \sqrt{1-0{,}8^2} = 0{,}6$; $x = \sqrt{1-0{,}6^2} = 0{,}8$
Stellt man also x = 0,8 auf D ein, findet man auf P den Wert y = 0,6 und umgekehrt.
Beispiel: sin α = 0,134; cos α = 0,991.
Stellt man auf D den Sinus ein, erhält man auf P den Kosinus und umgekehrt.



Beispiel:
Berechne Wirkstrom und Blindstrom eines Stromkreises, der 35 A bei einem Wert cos φ = 0,8 aufnimmt.
$J_W = J \cdot \cos \varphi = 35 \cdot 0{,}8 = 28$ (A); $J_B = J \cdot \sin \varphi = 35 \cdot 0{,}6 = 21$ (A).

Man stellt C 35 über D 10 und liest bei D 8 (für cos φ = 0,8) auf C den Wert 28 für J_W ab; unter D 8 findet man gleichzeitig auf P den Wert 0,6 (also sin φ = 0,6). Schiebt man nun den Läufer auf D 6, so kann man darüber auf C den Wert 21 für J_B ablesen.

Beispiel: Scheinleistung 530 kVA, Wirkleistung 428 kW. Gesucht Blindleistung und cos φ.

Man stellt C 530 über D 10, schiebt den Läufer über C 428 und liest darunter auf D den Wert 0,807 für cos φ ab, sucht diesen Wert mit dem Läufer auf P und findet darüber auf C die gesuchte Blindleistung 313 BkW; gleichzeitig findet man unter dem Läuferstrich auf D den sin φ mit 0,59.

Die Wurzelrechnungen für Zahlen nahe unter 1 und 100 lassen sich unter Benutzung dieser Skala mit erhöhter Genauigkeit durchführen:
Beispiel: $\sqrt{0{,}925} = \sqrt{1-0{,}075} = \sqrt{1-(0{,}2739)^2} = 0{,}9618$. Man bildet $1 - z = 1-0{,}925 = 0{,}075$.
Der Läufer wird jetzt auf A 0,075 gestellt und darunter auf P wird 0,9618 abgelesen.

Rechnen mit den trigonometrischen Teilungen S' T_1 und T_2

sin α
cos α
tan α
cot α

Die trigonometrischen Skalen T_1, T_2 und S sind dezimal unterteilt und zeigen in Verbindung mit den Grundskalen C und D die Winkelfunktionen auf bzw. bei umgekehrter Ablesung die Winkel.
Bei Benutzung der Skalen T_1, T_2 und S in Verbindung mit den Skalen D, P und CI als trigonometrische Tafeln ist folgendes zu beachten: Die S-Skala mit **schwarzen** Ziffern gelesen, ergibt in Verbindung mit der D-Skala **(schwarz)** eine **Sinustafel,** ebenso in **roten** Ziffern gelesen mit der Skala P **(rot).** Bei kleinen Winkeln ist das erste, bei großen Winkeln das zweite Verfahren genauer.
Die S-Skala mit **roten** Ziffern gelesen, ergibt mit D **(schwarz)** eine **Kosinustafel,** ebenso in **schwarzen** Ziffern gelesen mit P **(rot).** Bei großen Winkeln ist das erste, bei kleinen Winkeln das zweite Verfahren genauer.
Die beiden T-Skalen mit **schwarzen** Ziffern gelesen, ergeben mit der D-Skala **(schwarz)** eine **Tangenstafel** bis 84,28°, ebenso in **roten** Ziffern mit CI **(rot).**
Die beiden T-Skalen mit **roten** Ziffern gelesen, ergeben mit der D-Skala **(schwarz)** eine **Cotangenstafel,** ebenso in **schwarzen** Ziffern mit CI **(rot).**

sin 13° = 0,225	/	S 13° (schwarz)	—	D 0,225	(schwarz)
sin 76° = 0,97	/	S 76° (rot)	—	P 0,97	(rot)
cos 11° = 0,9816	/	S 11° (schwarz)	—	P 0,9816	(rot)
cos 78° = 0,208	/	S 78° (rot)	—	D 0,208	(schwarz)
tan 32° = 0,625	/	T_1 32° (schwarz)	—	D 0,625	(schwarz)
tan 57° = 1,54	/	T_2 57° (schwarz)	—	D 1,54	(schwarz)
cot 18° = 3,08	/	T_2 18° (rot)	—	D 3,08	(schwarz)
cot 75° = 0,268	/	T_1 75° (rot)	—	D 0,268	(schwarz)

Diese Einstellungen erfolgen bei Nullstellung des Stabes mit Hilfe des Läuferstrichs.

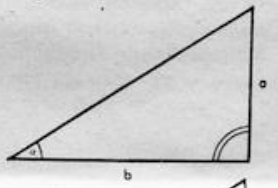
oder T_1 18° (schwarz) — CI 3,08 (rot)
oder T_2 75° (schwarz) — CI 0,268 (rot)

Will man vom Sinus eines Winkels zu seinem Kosinus übergehen (oder umgekehrt), so braucht man den Winkel nicht abzulesen. Auf **D** und **P** stehen diese Wertpaare untereinander. Auch beim Übergang vom Tangens zum Kotangens spart man das Ablesen des Winkels, denn diese Wertpaare stehen auf **C** und **CI** untereinander. Nur wenn man vom Sinus oder Kosinus zum Tangens oder Kotangens übergehen will, muß man dazwischen den Winkel ablesen.
Da man beim Ablesen der Funktionen diese entweder auf **D** oder **CI** erhalten kann, kann man in vielen Fällen Multiplikationen und Divisionen sofort anschließen. Nur wenn die Ablesung auf **P** erfolgt, muß man den Wert auf die Hauptteilungen übertragen.

Weitere Beispiele für die Anwendung der trigonometrischen und pythagoreischen Teilungen im **rechtwinkligen Dreieck.**

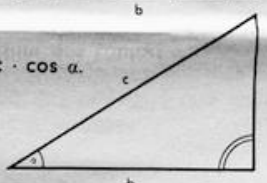
1. Beispiel: Gegeben: a = 2; b = 3; Gesucht: c und α. Formel: $a \cdot \frac{1}{b} = \tan\alpha$; $a \cdot \frac{1}{c} = \sin\alpha$;
C 1 über D 2, Läufer auf CI 3 und auf tan-Skala 33,7 für α ablesen.

2. Beispiel: Gegeben: a = 8; b = 20; Gesucht: c und α.
C 10 über D 8, Läufer auf CI 20 und auf tan-Skala 21,8° für α ablesen.
Läufer auf 21,8 der sin-Skala stellen und auf CI 21,55 für c ablesen.



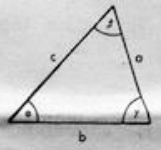
3. Beispiel: Gegeben: a = 20; b = 8; Gesucht: c und α.
C 1 über D 20, Läufer auf CI 8 und auf tan-Skala (T_2) 68,2° für α ablesen.
Läufer auf 68,2 der sin-Skala stellen und auf CI den Wert 21,55 für c ablesen.

4. Beispiel: Gegeben: c = 5; α = 36,87°; Gesucht: a und b. Formel: $a = c \cdot \sin\alpha$; $b = c \cdot \cos\alpha$.
C 5 über D 10, Läufer auf 36,87° der sin-Skala und auf C den Wert 3 für a ablesen.
Gleichzeitig auf P-Skala 0,8 für cos α ablesen und Läufer auf D 8 bringen.
Auf C-Skala den Wert 4 für b ablesen.



5. Beispiel: Gegeben: c = 21,54; b = 20; Gesucht: a und α.
C 2154 über D 10, Läufer auf C 2 (für b = 20) stellen und auf cos-Skala für α den Wert 21,8°, gleichzeitig aber auf P-Skala 0,372 ablesen. Schieber um eine Skalenlänge nach links durchschieben. Läufer auf D 0,372 bringen und auf C für a den Wert 8 ablesen.

Für das **schiefwinkelige Dreieck** gilt die Beziehung $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$



Beispiel: Gegeben: a = 38,3; α = 52°; β = 59°; γ = 69°;
Gesucht: b und c.
C 383 über S 52° stellen. Über S 59° und S 69° kann man auf C die Ergebnisse 41,7 und 45,4 cm ablesen.

Skala S'

Mit der Skala können vereinfachte Multiplikationen und Divisionen von Winkelfunktionen durchgeführt werden, ohne die Funktionswerte ablesen zu müssen. Beispiel: $\sin 41^\circ \cdot \sin 23^\circ = 0{,}2562$
Rechtes Skalenende mit Hilfe des Läuferstrichs über S 41 (Stabkörper unten). Lies unter S' 23 (Zungenmitte) das Ergebnis 0,2562 auf Skala D ab. Bei Aufgaben $a \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta$ beginnt man stets mit a auf Skala D.
Übungsbeispiele: $\tan\beta = \tan 40^\circ \cdot \cos 12^\circ = 0{,}82$; b = 39,35°

$$\tan\beta = \frac{\tan 37^\circ}{\sin 14^\circ} = 3{,}117;\ \beta = 72{,}2^\circ \qquad \sin\beta = \frac{\cos 33^\circ}{\cos 48^\circ} = 0{,}1254;\ \beta = 7{,}2^\circ$$

Die Teilung für kleine Winkel ST und die Marke ϱ auf Teilung C und D

Für die **Funktionswerte kleine Winkel** von 0,55 bis 6° ist die ST-Skala (≮ arc 0,01 x) mit der Beziehung:
$\sin\alpha \approx \tan\alpha \approx \text{arc}\,\alpha$
Die Teilung ST arbeitet mit Teilung D (bzw. C) zusammen.
Alle nachfolgenden Rechnungen in dieser Spalte werden lediglich mit Hilfe des Läuferstrichs (mit C bei Nullstellung des Stabes) durchgeführt.

Man kann die **Funktionswerte kleiner Winkel** auch mit Hilfe der Marke $\varrho = \frac{180}{\pi} = 0{,}01745$ gemäß der Beziehung $\text{arc}\,\alpha = 0{,}01745 \cdot \alpha = \varrho \cdot \alpha$ ermitteln.
Bei Reihenberechnungen Einstellung von C 1 über ϱ auf D und unter dem Winkelwert auf C Ablesung des Ergebnisses auf D.

Übungsbeispiele:

$\sin 2{,}5^\circ \approx \tan 2{,}5^\circ \approx \text{arc}\,2{,}5^\circ = 0{,}04365$; $\sin 0{,}4^\circ \approx \tan 0{,}4^\circ \approx \text{arc}\,0{,}4^\circ = 0{,}00698$; $\sin 0{,}0052^\circ \approx \tan 0{,}0052^\circ \approx \text{arc}\,0{,}0052^\circ = 0{,}0000908$.

Einstellung der Winkelwerte auf der arc-Teilung ST, Ablesung der Funktionswerte auf Teilung C (bei Nullstellung) oder auf D.

Beispiel: $\sin 3^\circ \approx \tan 3^\circ \approx \text{arc}\,3^\circ = 0{,}0524$.
Man stellt den Schieberanfang C 1 über D 3 und kann unter ϱ auf C das Ergebnis 0,0524 auf D ablesen.

Für die **Berechnung der Funktionen Kosinus und Kotangens von Winkeln über 84,5°**

Beispiel: $\cos 88^\circ = \sin 2^\circ \approx \text{arc}\,2^\circ = 0{,}0349$
$\cot 86{,}5^\circ = \tan 3{,}5^\circ \approx \text{arc}\,3{,}5^\circ = 0{,}0612$
Man stellt den Läuferstrich über den Winkelwert auf der Teilung ST und liest auf C (bei Nullstellung) oder auf D unter dem Läuferstrich das Ergebnis ab.

Beispiel: $\cos 88^\circ = \sin 2^\circ \approx \text{arc}\,2^\circ \approx g \cdot 2 = 0{,}0349$
$\cot 86{,}5^\circ = \tan 3{,}5^\circ \approx \text{arc}\,3{,}5^\circ \approx \varrho \cdot 3{,}5 = 0{,}0612$
Dies ist eine einfache Multiplikation, also Schieberanfang C 1 über ϱ auf D, dann Läuferstrich über zweiten Faktor auf C und darunter auf D das Ergebnis ablesen.

Für die **Umrechnung von Bogenmaß in Winkelgrade**

Übungsbeispiele: $\overset{\frown}{6{,}28} = 360°$; $\overset{\frown}{1{,}11} = 63{,}5°$; $\overset{\frown}{0{,}04} = 2{,}29°$; $\overset{\frown}{0{,}007} = 0{,}402°$; $\overset{\frown}{0{,}64} = 36{,}7°$; $\overset{\frown}{0{,}32} = 18{,}35°$.

Einstellung des Bogenmaßes auf C- oder D-Teilung, Ablesung des Winkelwertes auf der arc-Teilung ST. (mit Hilfe des Läuferstrichs).

C 1 oder C 10 über Marke ϱ auf D, dann Läuferstrich über Bogenmaß auf D. Ablesen der Winkelgrade darüber auf C.

Rechnen mit der Mantissenteilung L

lg a

Sie arbeitet mit D (oder mit C in Nullstellung) zusammen und erlaubt das Ablesen der dekadischen Logarithmen. Die Kennziffer wird in bekannter Weise ermittelt, z. B.: lg 1,35 (1-1 = Kennziffer 0); lg 57,3 (2-1 = Kennziffer 1).

Beispiel: lg 57,3 = 1,758

Um den dekadischen Logarithmus von 57,3 zu finden, stellt man den Läufer auf D 573 und liest auf L die Mantisse 0,758 ab. Da die Zahl 57,3 zweistellig ist, so erhält der Logarithmus die Kennziffer (2-1 = 1) und heißt dann 0,758 + 1 = 1,758.

Beispiel: num 1,758 = 57,3

Sucht man zu dem Logarithmus 1,758 den Numerus, trennt man die Kennziffer 1 ab und stellt den Läufer auf L 0,758.

Auf der Skala D findet man 5-7-3, was unter Berücksichtigung der Kennziffer den Wert 57,3 ergibt.

Übungsbeispiele: lg 1,35 = 0,1303; lg 0,237 = 0,3747-1; lg 1938 = 3,287; lg 9,06 = 0,957

Mit Hilfe der Logarithmen lassen sich die Rechnungsarten um eine Stufe erniedrigen; es werden somit Multiplikationen und Divisionen zu Additionen bzw. Subtraktionen und Potenz- und Wurzelrechnungen zu Multiplikationen und Divisionen

Zum Beispiel: $245^{3{,}24} = 3{,}24 \cdot \lg 245 = 3{,}24 \cdot 2{,}389 = 7{,}74$; $245^{3{,}24} = 55\,000\,000$

$$420^x = 10\,000;\quad x \cdot \lg 420 = \lg 10\,000;\quad x = \frac{\lg 10000}{\lg 420} = \frac{4{,}0}{2{,}6232} = 1{,}525$$

Die Exponentialteilungen LL_1 LL_2 LL_3 für positive Exponenten
LL_{01} LL_{02} LL_{03} für negative Exponenten

Der Duplex-Rechenstab besitzt auf der Stabrückseite zwei dreistufige Skalengruppen für die Exponentialfunktionen, die auf die Grundskala C bezogen sind. Die Skalen für positive Exponenten (schwarz) reichen von 1,0095 bis 60000 und die für negative Exponenten (rot) von 0,00002 bis 0,991. Die e^{-x}-Skalen sind Reziprokskalen zu den e^x-Skalen. Zu beachten ist hierbei, daß die an den Exponentialskalen angeschriebenen Zahlenwerte im Stellenwert unveränderbar sind; es bedeutet somit beispielsweise der Wert 1,04 stets 1,04 und nicht etwa 10,4 oder 104 usw.

Die Exponentialskalen ergeben beim Übergang von einer inneren zur nächsten äußeren Skala Zehnerpotenzen, z. B.:
$0{,}955^{10} = 0{,}631$; $0{,}631^{10} = 0{,}01$; $0{,}924^{10} = 0{,}454$; $0{,}454^{10} = 3{,}7 \cdot 10^{-4} = 0{,}00037$
$1{,}0472^{10} = 1{,}586$; $1{,}586^{10} = 101$; $1{,}08^{10} = 2{,}16$; $2{,}16^{10} = 2{,}2 \cdot 10^3 = 2200$

a^{10}
a^{100}

Der Übergang zur übernächsten Skala ergibt Hunderterpotenzen, z. B.:
$0{,}955^{100} = 0{,}01$; $1{,}0472^{100} = 100$; $0{,}924^{100} = 3{,}7 \cdot 10^{-4} = 0{,}00037$; $1{,}08^{100} = 2200$

Beim Übergang von außen nach innen erhält man die entsprechenden Wurzeln, z. B.:
$\sqrt[10]{0{,}25} = 0{,}8705$; $\sqrt[10]{0{,}8705} = 0{,}98623$; $\sqrt[100]{0{,}25} = 0{,}98623$; $\sqrt[10]{0{,}00007} = \sqrt[10]{7 \cdot 10^{-5}} = 0{,}384$; $\sqrt[10]{0{,}384} = 0{,}9087$; $\sqrt[100]{0{,}00007} = 0{,}9087$;
$\sqrt[10]{4} = 1{,}1488$; $\sqrt[10]{1{,}1488} = 1{,}01396$; $\sqrt[100]{4} = 1{,}01396$;
$\sqrt[10]{15000} = \sqrt[10]{1{,}5 \cdot 10^4} = 2{,}616$; $\sqrt[10]{2{,}616} = 1{,}1009$
$\sqrt[100]{15000} = 1{,}1009$

$\sqrt[10]{a}$; $\sqrt[100]{a}$

Beachte: Bei 100 der LL_3-Skala steht auf LL_{03} der Wert $\frac{1}{100} = 0{,}01$
Bei 1,25 der LL_2-Skala steht auf LL_{02} der Wert $\frac{1}{1{,}25} = 0{,}8$
} da $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$ ist.

Die natürlichen Logarithmen

ln a

Die natürlichen Logarithmen findet man, wenn man von den LL-Skalen auf die Grundskala D übergeht. Für die Stellenzahlbereiche der Grundskala gilt sinngemäß das oben Gesagte.

Beispiel: ln 25 = 3,22; ln 145 = 4,97; ln 1,3 = 0,262; ln 0,04 = —3,22; ln 0,66 = —0,416; ln 0,98 = —0,0202.

Potenzen von e

e^n

Die Potenzen von e (Basis des natürlichen Logarithmus e = 2,71828 . . .) erhält man, indem der Exponent mittels des Läufers auf der C-Skala der Schieberrückseite bei Nullstellung eingestellt wird. Die e-Potenz wird dann auf der LL-Skala abgelesen. Hierbei gilt für die C-Skala der Bereich 1-10 bei LL_3, der Bereich 0,1-1 bei LL_2 und der Bereich 0,01-0,1 bei LL_1.

Beispiele: $e^{1,61} = 5$; $e^{0,161} = 1,1747$; $e^{0,0161} = 1,01622$; $e^{6,22} = 5 \cdot 10^2 = 500$; $e^{0,622} = 1,862$; $e^{0,0622} = 1,0642$;

$$e^{-1,61} = \frac{1}{e^{1,61}} = 0,2; \quad e^{-0,161} = 0,8513; \quad e^{-0,0161} = 0,98404.$$

$$e^{-6,22} = \frac{1}{e^{6,22}} = 0,002; \quad e^{-0,622} = 0,537; \quad e^{-0,0622} = 0,9397.$$

$$e^{12,5} = e^{10+2,5} = e^{10} \cdot e^{2,5} = 22000 \cdot 12,2 = 268400$$

Bei der Bildung der **Hyperbelfunktionen** wird das Argument x auf der C-Scala mit dem Läufer fixiert.

Auf den e^x- und e^{-x}-Skalen können dann die e-Potenzen abgelesen werden. Die halbe Summe (bzw. Differenz) gibt dann den cosh (bzw. sinh) an. Z. B.:

$$\cosh 35^\circ = \cosh 0,61 \text{ arc}$$

$$\cosh 0,61 = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \frac{1,84 + 0,543}{2} = 1,1915$$

$$\sinh 0,61 = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \frac{1,84 - 0,543}{2} = 0,6485$$

$$\tanh 0,61 = \frac{\sinh 0,61}{\cosh 0,61} = \frac{1,1915}{0,6485} = 1,837$$

sinh x
cosh x

Wurzeln aus e

$\sqrt[n]{e}$

Man schreibt die Wurzel als Potenz mit reziprokem Exponenten und verfährt wie oben erwähnt.

Beispiele: $\sqrt[4]{e} = e^{0,25} = 1,284$; $\sqrt[0,25]{e} = e^4 = 54,6$; $\sqrt[8]{e} = e^{0,125} = 1,133$; $\sqrt[0,125]{e} = e^8 = 2981$

$\sqrt[12,5]{e} = e^{0,08} = 1,0834$; $\sqrt[0,06]{e} = e^{16,66} = e^{8,33} \cdot e^{8,33} = 4146 \cdot 4146 = 17189000$

Potenzen beliebiger Zahlen

a^n

Potenzen der Form a^n erhält man, indem C-1 über den Basiswert a der entsprechenden LL-Skala gebracht wird und der Läufer dann auf C-n verschoben wird. Auf LL kann man dann a^n ablesen; z. B.:

$3,75^{2,96} = 50$; stelle C-1 über LL_3-375 und lies bei C-296 auf LL_3 den Wert 50 ab.

Andere Beispiele:

$4,2^{2,16} = 22,2$; $4,2^{0,216} = 1,364$; $4,2^{0,0216} = 1,0315$

$4,2^{-2,16} = 0,045$; $4,2^{-0,216} = 0,7335$; $4,2^{-0,0216} = 0,9695$

mit Hilfe der LL_{03}-Skala:

$0,05^{2,16} = 1,55 \cdot 10^{-3} = 0,00155$

$0,05^{0,216} = 0,524$; $0,05^{0,0216} = 0,9374$

$$0,05^{-2,16} = \frac{1}{0,05^{2,16}} = 646 \text{ (abzulesen auf der } LL_3\text{-Skala)}$$

$$0,05^{-0,216} = \frac{1}{0,05^{0,216}} = 1,91 \text{ (abzulesen auf der } LL_2\text{-Skala)}$$

Bezüglich der Stellenwerte gilt sinngemäß das unter „Potenzen von e" Gesagte.

Wurzeln beliebiger Zahlen

Mit Hilfe des Läuferstrichs stellt man den Wurzelexponenten auf C über den Radikand auf LL (zuerst Radikand aufsuchen und Läuferstrich darüber!) und liest unter C 1 oder C 10 dasErgebnis ab.

$\sqrt[4,4]{23} = 2,04$; stelle C-4,4 über LL_3-23 und lies bei C-10 auf LL_2 den Wert 2,04 ab.

$\sqrt[n]{a}$

Beispiele: $\sqrt[2,08]{1,068} = 1,03215$ (über LL_1-1,068 C-2,08 einstellen; ablesen auf LL_1)

$\sqrt[0,6]{15,2} = 93,5$ (über LL_3-15,2 C-0,6 einstellen; ablesen auf LL_3)

$\sqrt[20]{4,41} = 1,077$ (über LL_3-4,41 C-20 einstellen; ablesen auf LL_1)

$\sqrt[5]{0,5} = 0,8705$ (über LL_{02}-0,5 C-5 einstellen; ablesen auf LL_{02})

$\sqrt[50]{0,5} = 0,98623$ (über LL_{02}-0,5 C-50 einstellen; ablesen auf LL_{01})

Weitere Beispiele: $\sqrt[5]{2} = 1,149$; $\sqrt[5]{20} = 1,82$

$\sqrt[0,06]{2,42} = 2,42^{16,66} = 2,42^{8,33} \cdot 2,42^{8,33} = 1580 \cdot 1580 = 2496400$

Die dekadischen Logarithmen

lg a

Man stellt den Läuferstrich über LL_3-10 und zieht C 1 bzw. C 10 unter den Läuferstrich. Jetzt hat man eine Tabelle der dekadischen Logarithmen.
Mit Hilfe des Läufers kann nun eingestellt und abgelesen werden.

lg 10 = 1; lg 100 = 2; lg 1000 = 3; lg 200 = 2,301
lg 20 = 1,301; lg 2 = 0,301; lg 1,1 = 0,0414.

mit Hilfe der LL_{03}-Skala:
lg 0,1 = -1; lg 0,01 = -2; lg 0,001 = -3.
lg 0,2 = -0,699 = 0,301-1; lg 0,05 = -1,301 = 0,699-2.

Von der Einstellung CF 1 über LL_3 kann auch vorteilhaft Gebrauch gemacht werden.

Herstellung logarithmischer Leitern beliebigen Maßstabes:*

Bei der Herstellung von Diagrammen mit logarithmischer Teilung muß oftmals die Aufgabe: $y = a \cdot \lg x$ gelöst werden. (a = Maßstabfaktor = Länge der log. Einheit.) Ein Übergang von C auf L verbietet sich, da auf der linearen L-Leiter keine weiteren Multiplikationen mehr ausgeführt werden können. Dagegen entspricht der Übergang von LL auf C ja auch einer Bildung des Logarithmus, wobei mit der C-Skala anschließend weitermultipliziert werden kann.

Beispiel: a = 3,33; x = 2; 3; 4; 6.

Man stelle C 3,33 über LL_3 10 (log. Einheit) und lese zu LL_3 bzw. LL_2 2; 3 ... die zugehörigen y auf der C-Skala ab.

y = 1,002; 1,589; 2,003; 2,59.

Um das endgültige Ergebnis zu bekommen, muß der jeweilig abgelesene Wert entlogarithmiert werden.

Schieber notfalls durchschieben. Stellenfehler dürften bei einiger Überlegung ausgeschlossen sein.

Logarithmen mit beliebiger Basis

$^n\log a$

Man stellt den Anfang der C-Skala über die Basis auf der LL-Skala und erhält eine Tabelle der entsprechenden Logarithmen; z. B.: $^2\log 200 = 7,64$; $^2\log 22 = 4,46$; stelle C-10 über LL_2-2; lies bei LL_3-200 auf C den Wert 7,64 und bei LL_3-22 auf C den Wert 4,46 ab.

Weitere Beispiele: $^2\log 1,2 = 0,263$; $^{0,2}\log 10 = -1,431$; $^{0,8}\log 2 = -3,11$
$^5\log 25 = 2$; $^{0,5}\log 25 = -4,64$;

Beachte! $^a\log a = 1$; z. B.: $^2\log 2 = 1$; $^2\log 4 = 2$; $^2\log 8 = 3$
$^{0,5}\log 0,5 = 1$; $^{0,5}\log 4 = -2$; $^{0,5}\log 8 = -3$
$^{0,5}\log 0,25 = 2$; $^{0,5}\log 0,125 = 3$

* nach Dipl. Phys. W. Rehwald im Institut für Hochfrequenztechnik an der TH Darmstadt

Das Rechnen mit komplexen Zahlen

Zwei komplexe Größen $\mathfrak{x} = 7{,}5\, e^{\frac{i\pi}{8}}$ und $\mathfrak{y} = 3{,}4\, e^{\frac{i\pi}{10}}$ sollen **addiert** werden. Man bringt sie gemäß der Eulergleichung $R \cdot e^{i\varphi} = R\,(\cos\varphi + i \sin\varphi)$ auf die Form $(a + i\,b)$.

Für das Stabrechnen schreibt man diese Größen vorteilhaft in Vektorenschreibweise $\mathfrak{x} = 7{,}5\,/\,22{,}5°$ und $\mathfrak{y} = 3{,}4\,/\,18°$ und kann nun rechnen:

1. C 75 über D 10 stellen, Läufer auf S 22,5° bringen und auf C für b_1 den Wert 2,87 ablesen. Gleichzeitig auf der P-Skala $\cos\varphi = 0{,}924$ ablesen. Läufer auf D 924 verschieben und auf C den Wert 6,93 für a_1 ablesen.
   $(a_1 + i\,b_1) = 6{,}93 + i\,2{,}87$.
2. C 34 über D 1 stellen, Läufer auf S 18° schieben und auf C den Wert 1,05 für b_2 ablesen. Gleichzeitig auf P den Wert $\cos\varphi = 0{,}951$ ablesen. Läufer auf D 951 (rote Überteilung) verschieben und auf C den Wert 3,24 für a_2 ablesen.
   $(a_2 + i\,b_2) = 3{,}24 + i\,1{,}05$

   $a_1 + a_2 = 6{,}93 + 3{,}24 = \mathbf{10{,}17}$ und $i\,(b_1 + b_2) = i\,(2{,}87 + 1{,}05) = \mathbf{i\,3{,}92}$.

   Also ist das Ergebnis: $\mathfrak{z} = (10{,}17 + i\,3{,}92)$

   Soll das Ergebnis in Vektorenschreibweise erscheinen, so rechnet man:
   C 10 über D 392, Läufer auf CI 1017 und darüber auf T_1 (Tangensskala) den Wert 21,07° für φ ablesen. Anschließend Läufer auf 21,07 der Sinusskala S und darüber auf CI den Wert 10,92 für $\mathfrak{z}$ ablesen.

   Somit ist $\mathfrak{z} = (10{,}17 + i\,3{,}92) = 10{,}92\,/\,21{,}07°$

   und mit $\varrho \cdot \varphi = \widehat{\varphi}$, $(\widehat{\varphi} = 0{,}368)$, erhalten wir $\mathfrak{z} = 10{,}92\,/\,21{,}07° = 10{,}92\, e^{i\,0{,}368}$

   Beispiel für die Anwendung der T_2-Skala: $\mathfrak{z} = 192 - i\,256$.

   Man stellt C 10 über D 256 und bringt den Läufer auf CI 192. Auf T_2 erhält man den Winkelwert 53,1°. Nun stellt man C 1 über D 256, schiebt den Läufer auf S 53,1° und kann darüber auf CI das Ergebnis 320 ablesen.

   $\mathfrak{z} = 320\,/\!-\!53{,}1°$

Da sich die Zahl im IV. Quadranten befindet, muß der Winkelwert negativ sein.

Die **Multiplikation** komplexer Zahlen erfolgt gemäß der Beziehung

$\mathfrak{x} \cdot \mathfrak{y} = X \cdot e^{i\varphi} \cdot Y \cdot e^{i\psi} = XY \cdot e^{i(\varphi+\psi)} = XY\,/\,\varphi+\psi$

Beispiel: $(1 + 2\,i) \cdot (3 + 1\,i) = 2{,}236 \cdot e^{i \cdot 1{,}107} \cdot 3{,}162 \cdot e^{i \cdot 0{,}316} = 2{,}236/63{,}45° \cdot 3{,}162/18{,}42° = 7{,}07/81{,}9° = 7{,}07 \cdot e^{i \cdot 1{,}423}$

Bedeutung der Skalen-Marken

$\pi = 3{,}1416$ auf den Teilungen A, B, C, D, CI, CF, DF, CIF

$M = \frac{1}{\pi} = 0{,}318$ auf den Teilungen A und B

Strichmarkierung für $\frac{\pi}{4} = 0{,}785$ auf A und B

Marke $\varrho = \frac{\pi}{180} = 0{,}01745$ auf C und D (s. S. 20)

Die **Querschnittmarken C und C_1** auf der Teilung C dienen der Berechnung von Kreisflächen bei gegebenem Durchmesser.

$C = \sqrt{\frac{4}{\pi}} = 1{,}128$ auf Teilung C

$C_1 = \sqrt{\frac{40}{\pi}} = 3{,}57$ auf Teilung C

Beispiel für die Verwendung von C und C_1:
Setzt man die Marke C über einen gegebenen Durchmesser von z. B. 2,82 cm auf D, so liest man auf A über B 1 (Schieberanfang der Teilung B) den Querschnitt 6,24 cm² ab.

Beispiele aus der Strömungstechnik mit dem Wert $2g = 2 \cdot 9{,}81 = 19{,}62$.

1. Ein Mitteldruckventilator mit einem äußeren Laufraddurchmesser von 600 mm und radial endenden Schaufeln (Druckziffer $\eta = 1{,}1$) läuft mit $n = 1460$ Umdrehungen je Minute.
   Berechne den Druck p.

   Die Umfangsgeschwindigkeit:

   $u_2 = \frac{d_2 \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{0{,}60 \cdot \pi \cdot 1460}{60} = 45{,}8$ m/sek

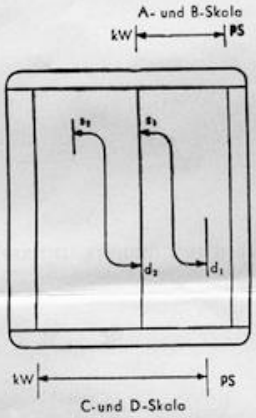
   $p = \varphi \cdot u_2^2 \frac{\gamma}{2g} = 1{,}1 \cdot 45{,}8^2 \cdot \frac{1{,}25}{2g} = 148$ kg/m³

   $= 148$ mm WS

   C 1 über D 146; Läufer auf $C\pi$; BI 11 unter Läuferstrich und Läufer auf B 12,5; dann $2g = 19{,}62$ der B-Skala unter Läuferstrich stellen. Bei B 1 erhält man auf der A-Skala den Wert 148 kg/m² für p.
2. Der Druckabfall einer geraden Wasserleitung von 300 mm ϕ und 380 m Länge ist zu berechnen.
   Die Wassergeschwindigkeit betrage 0,52 m/sek, der Widerstandsfaktor = 0,0216.

   $\Delta p = \gamma \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0{,}0216 \frac{380}{0{,}3} \cdot \frac{0{,}52^2}{2g} = 377$ mm WS

   Läufer auf D 52 und den Wert $2g$ der B-Skala unter den Läuferstrich; dann Läufer auf B 28 und Schieber verschieben bis B 3 unter Läuferstrich; nun Läufer auf B 216 bringen und auf A den Druckabfall $\Delta p = 377$ mm WS ablesen.



Der Läufer

Der Doppelschalenläufer trägt auf Vorder- und Rückseite den mittleren, langen Hauptstrich, außerdem am rechten und linken Rand die rot eingefärbten Seitenstriche zum Ablesen von Werten auf den Überteilungen, die vom Hauptstrich nicht mehr erreicht werden.

Die Anwendungsmöglichkeiten der restlichen Markenstriche sind aus nebenstehendem Bild ersichtlich. Für die Kreisflächenrechnung (d, q) stellt man den Durchmesser (d_1, d_2) auf Teilung D ein und kann auf Teilung A den entsprechenden Querschnitt (q_1, q_2) ablesen.

Die doppelte Anordnung der Kreisflächenmarke erlaubt die Ermittlung der Metergewichte von Rundstählen. Man stellt d_1 über den Stahldurchmesser auf D und liest bei q_2 das Metergewicht auf A ab.

Beispiele: d = 4,8 cm, q = 18,1 cm²; d = 3,2 cm, q = 8,04 cm²

Die Umrechnung von kW in PS und umgekehrt ist mit Hilfe der mit PS und kW gekennzeichneten Striche auf den Teilungen A und B sowie C und D möglich.

Beispiele: 28 PS = 20,6 kW; 4,5 kW = 6,12 PS.

Für **direkte Rechnung mit dem Faktor 3,6** dient die untere, rechte Strichmarke auf der Läuferrückseite.

Beispiele: 150 km/h = 41,6 m/sek (Marke 3,6 auf DF 150 ergibt unter dem Hauptstrich auf D 41,6).
Die Zinsen von 2420,— DM zu 3,75% in 95 Tagen sind zu ermitteln (Marke 3,6 auf DF 2420; CI 3,75 unter Hauptstrich, über CF 95 die Zinsen DM 23,94 auf DF ablesen).

Der Doppelschalenläufer kann zur Reinigung ohne Beeinträchtigung der Justierung leicht abgenommen werden.
Man drückt hierzu die beiden weißen Wangen am unteren Rand des Läufers in der Auskerbung auseinander.

Behandlung des Duplex-Rechenstabes

Duplex-Rechenstäbe sind hochwertige Präzisions-Rechengeräte und sollten sorgsam behandelt werden. Sie sind aus einem idealen Spezialkunststoff gefertigt. Dieser ist hochelastisch und daher bei sachgemäßer Behandlung bruchsicher. Er ist klimabeständig, unempfindlich gegen Feuchtigkeit, nicht entflammbar, beständig gegen die meisten Chemikalien. Man soll diese Rechengeräte aber nicht mit ätzenden Flüssigkeiten oder starken Lösungsmitteln in Verbindung bringen, die, wenn nicht den Werkstoff selbst, doch zumindest die Farbe der Teilstriche angreifen können. Bei Bedarf kann die Schieberzügigkeit durch reine Vaseline oder Silikonöl günstig beeinflußt werden. Um die Ablesegenauigkeit nicht zu beeinträchtigen, sollten die Skalen und der Läufer vor Verschmutzung und Verkratzung geschützt und mit den Spezialmitteln CASTELL Nr. 211 (flüssig) oder Nr. 212 (Reinigungspaste) gereinigt werden.

5574 ● Printed in Germany 1/782 N d

FABER-CASTELL

A. W. FABER-CASTELL · STEIN BEI NÜRNBERG, GERMANY